Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет»

Кафедра физики

ФИЗИКА

Методические указания по выполнению контрольной работы № 3
для студентов заочной формы обучения
по курсу общей физики для всех специальностей

Составители Т. В. Лавряшина
Т. А. Балашова
Н. Н. Демидова

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 3 от 07.11.2007

Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
специальности 130404
Протокол № 8 от 28.11.2007

Электронная копия находится
в библиотеке главного корпуса
ГУ КузГТУ

Кемерово 2007

Данные методические указания являются комментарием к учебному пособию «Физика. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических и технологических специальностей вузов» под ред. В. Ф. Дмитриевой [1].

Перед выполнением контрольных работ необходимо ознакомиться с общими методическими указаниями [1, с. 7–11]. Не приступайте к решению задач, не проработав теоретический материал на соответствующую тему.

Контрольная работа № 3

В контрольную работу № 3 включены задачи, связанные с изучением колебаний и волн в различных средах, а также задачи по оптике. Основные понятия, определения физических величин, законы и формулы, знание которых проверяется преподавателем при защите контрольной работы, выделены *курсивом.*

<u>Задачи 1–10</u> на тему «Свободные гармонические колебания».

В задачах данной темы (кроме задачи 5) представлены *свободные незатухающие гармонические колебания*, совершаемые либо механической системой (математический (задача 3), физический (задача 4) и пружинный маятники), либо в электрическом колебательном контуре (задачи 6–10). При этом изменение со временем соответствующих величин, таких как смещение x материальной точки от положения равновесия в момент времени t или заряда Q на обкладках конденсатора, описываются уравнениями типа

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{и} \quad Q = Q_m \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (1)$$

где x_m – максимальное смещение (амплитуда колебаний); Q_m – максимальное (амплитудное) значение заряда на обкладках конденсатора; ω – циклическая частота, связанная с периодом T и частотой ν колебаний соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu; \qquad (2)$$

φ_0 – начальная фаза колебания; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебания.

Производная по времени t уравнений (1) определяет соответственно *скорость* υ материальной точки в момент времени t:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -\upsilon_m \sin(\omega t + \varphi_0) = \upsilon_m \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi) \quad (3)$$

и силу тока I в колебательном контуре:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -Q_m \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -I_m \sin(\omega t + \varphi_0) = I_m \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi),$$

где $\upsilon_m = x_m \omega$ – максимальное значение скорости (амплитуда скорости); $I_m = Q_m \omega$ – максимальное значение силы тока (амплитуда силы тока) в колебательном контуре.

Производная по времени t уравнения (3) определяет *ускорение a* материальной точки

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -x_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -a_m \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $a_m = \upsilon_m \omega = x_m \omega^2$ – амплитуда ускорения материальной точки.

Полная энергия системы, совершающей гармонические колебания:

а) механические

$$E = T + \Pi = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} =$$

$$= \frac{m\upsilon_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{kx_m^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{m\upsilon_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2},$$

где m – масса материальной точки; $k = \dfrac{F_{\text{упр}}}{x}$ – коэффициент упругости;

б) электрические

$$W = W_э + W_м = \frac{Q_m^2}{2C}\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{LI_m^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2},$$

где C – электроемкость конденсатора; L – индуктивность катушки в цепи колебательного контура.

Пример 1. Тонкий однородный стержень длиной 80 см подвешен так, что точка его подвеса находится на расстоянии 10 см от его конца. Определить частоту колебаний этого стержня относительно горизонтальной оси, перпендикулярной длине стержня.

Решение.

$l = 0{,}8$ м
$l_1 = 0{,}1$ м
$\nu - ?$

Период T и частота ν колебаний физического маятника определяются выражениями

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}} \text{ и } \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{J}},$$

где J – момент инерции стержня относительно оси колебаний, которая проходит через точку O; m – масса стержня; g – ускорение свободного падения; d – расстояние от центра масс (точка C) до оси колебаний.

Согласно теореме Штейнера

$$J = J_C + md^2,$$

где J_C – момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс этого стержня; d – расстояние между осями. Учитывая, что расстояние d между осями в данной задаче

$$d = \frac{l}{2} - l_1,$$

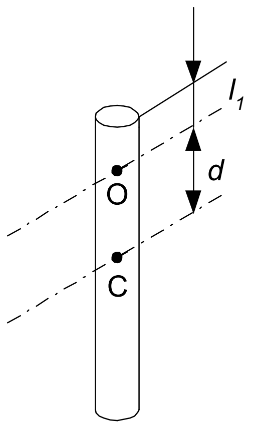

Рис. 1

получим

$$J = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2} - l_1\right)^2.$$

Тогда частота ν колебаний данного физического маятника

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mg\left(\frac{l}{2}-l_1\right)^2}{m\left[\frac{l^2}{12}+\left(\frac{l}{2}-l_1\right)^2\right]}} = \frac{1}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{9{,}8(0{,}4-0{,}1)^2}{\frac{0{,}8^2}{12}+(0{,}4-0{,}1)^2}} = 0{,}4\ (\text{с}^{-1}).$$

Пример 2. В электрической цепи, содержащей конденсатор электроемкостью C = 0,2 мкФ и катушку индуктивностью $L = 1$ мГн, сила тока изменяется по закону $I = 0{,}02\sin\omega t$, А. Определить энергию колебательного контура, записать закон изменения напряжения $U(t)$ на обкладках конденсатора. Омическим сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь.

$C = 2{\cdot}10^{-7}$ Ф
$L = 10^{-}$ Гн
$I = 0{,}02\sin\omega t$, А

W, $U(t)$ – ?

Решение.

Идеальный *колебательный контур* – это электрическая цепь, состоящая из конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L (рис. 2). Рассчитаем энергию колебательного контура

$$W = W_э + W_м = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{Q_m^2}{2C}.$$

$$W = \frac{10^{-3}\,\text{Гн}\left(2\cdot 10^{-2}\right)^2\text{А}^2}{2} = \frac{10^{-3}\,\text{Гн}\cdot 4\cdot 10^{-4}\,\text{А}^2}{2} = 2\cdot 10^{-7}\ \text{Дж}.$$

Напряжение на обкладках конденсатора

$$U = \frac{Q}{C},$$

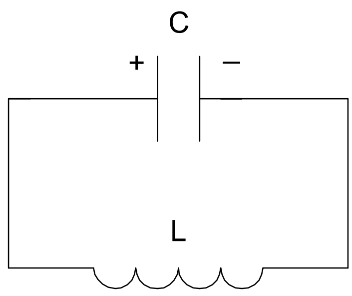

Рис. 2

где Q – заряд на обкладках конденсатора, изменяющийся со временем. Закон его изменения $Q(t)$ найдем из условия

$$Q = \int_0^t Idt = \int_0^t 0{,}02\sin(\omega t)dt = -\frac{0{,}02}{\omega}\cos\omega t.$$

Циклическая частота ω электрических колебаний в контуре

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Следовательно, напряжение на конденсаторе изменяется со временем по закону

$$U = -\frac{0{,}02}{C}\sqrt{LC}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

Подставляя численные значения L и C, получим

$$U = -\frac{0{,}02}{2\cdot 10^{-7}}\sqrt{10^{-3}\cdot 2\cdot 10^{-7}}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{10^{-3}\cdot 2\cdot 10^{-7}}}\right),$$

$$U = -1{,}41\cos(7{,}07\cdot 10^{4}t), \text{В}.$$

Пример 3. Логарифмический декремент затухания осциллятора, колеблющегося с частотой 50 Гц, равен 0,01. Определить: 1) время, за которое амплитуда колебаний осциллятора уменьшится в 20 раз; 2) число полных колебаний, при котором совершается такое же уменьшение амплитуды.

Дано
$\nu = 50$ Гц
$\Lambda = 0{,}01$
$A = 0{,}05\, A_0$
t, N – ?

Решение.

Осциллятор – система, совершающая колебания. Если колебания со временем затухают, то их амплитуда (максимальное значение изменяющейся со временем величины) экспоненциально уменьшается

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \tag{4}$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент времени $t = 0$; β – коэффициент затухания.

Логарифмический декремент затухания связан с коэффициентом затухания и условным периодом затухающих колебаний соотношением

$$\Lambda = \beta T = \frac{\beta}{\nu},$$

из которого *коэффициент затухания* запишется в виде

$$\beta = \Lambda \nu .$$

Подставив полученное выражение для коэффициента затухания в (4) и решив его, получим искомое значение времени

$$t = \frac{1}{\Lambda\nu}\ln\frac{A_0}{A} = \frac{1}{0{,}01\cdot 50}\ln\frac{A_0}{0{,}05A_0} \approx 2\cdot 2{,}96 \approx 6\,(\text{с}).$$

Число полных колебаний

$$N = \frac{t}{T} = t\nu = 6\cdot 50 = 300.$$

Примечания:

1. Перед решением задач 1, 2 необходимо разобрать пример 1 [1, с. 80] и учесть, что деформация пружины обусловлена силой

   $$F = mg.$$

   Закон Гука записывается в виде

   $$F_{\text{у}} = -k\Delta\ell,$$

   где k – коэффициент упругости (жесткость пружины); $\Delta\ell$ – изменение ее длины. Знак «минус» указывает на то, что сила $F_{\text{у}}$ и деформация $\Delta\ell$ направлены в противоположные стороны.
2. Полная энергия E механической системы, совершающей свободные незатухающие гармонические колебания, равна максимальному значению кинетической энергии T_m тела в момент прохождения им положения равновесия и равна максимальному значению потенциальной энергии Π_m при максимальной деформации упруго сжатой или растянутой пружины

   $$E = T_m = \Pi_m = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}.$$
3. В формуле для определения периода колебаний математического маятника (задача 3) необходимо учесть ускоренное движение лифта вверх.

4. Обратите внимание на различие между циклической частотой ω и частотой ν колебаний (2), измеряющихся в разных единицах. Единица циклической частоты

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\left[\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right],$$

а единица измерения частоты

$$\nu = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1} = \text{Гц}\right].$$

5. Перед решением задачи 4 разберите пример 1 на с. 3–4 настоящих методических указаний, а решение задачи 5 начните с разбора примера 3 на с. 5–6. Учтите, что *добротность* Q осциллятора связана с логарифмическим декрементом Λ затухания соотношением

$$Q = \frac{\pi}{\Lambda}.$$

6. Незатухающие электромагнитные колебания в колебательном контуре представлены в задачах 6–10. Решение задач 6 и 7 не вызовет затруднения, если предварительно разобрать пример 2 [1, с. 80–81] и пример 2 на с. 4–5 данных методических указаний.
7. В задачах 8 и 9 полную энергию колебательного контура удобнее записать в виде

$$W = W_\text{э} + W_\text{м} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

и учесть, что циклическая частота электромагнитных колебаний и их период связаны соотношением

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi}{T}, \quad T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

8. При решении задачи 10 полезно вспомнить определение длины электромагнитной волны

$$\lambda = c \cdot T,$$

где $c = 3\cdot 10^8$ м/с – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме.

Задачи 11–20 на тему «Электромагнитные волны. Распространение волн в среде. Звуковые волны».

Электромагнитной волной называется распространяющееся в пространстве переменное электромагнитное поле. Уравнение электромагнитной волны можно записать в виде

$$E = E_m \sin(\omega t - kx + \varphi_0), \tag{5}$$

$$H = H_m \sin(\omega t - kx + \varphi_0), \tag{6}$$

где E_m, H_m – амплитудные значения напряженностей переменных электрического и магнитного полей; ω – циклическая частота колебаний; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; λ – длина волны.

Электромагнитные волны переносят энергию, *объемная плотность* w которой определяется суммой объемных плотностей энергии электрического $w_э$ и магнитного $w_м$ полей

$$w = w_э + w_м = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Из уравнений Максвелла следует, что в электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются в одинаковой фазе, причем мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношениями $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$ (задачи 11, 12). Отсюда следует, что объемные плотности энергии электрического и магнитного полей в любой момент времени одинаковы, то есть

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \tag{7}$$

Тогда

$$w = 2w_э = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}EH,$$

где

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} \tag{8}$$

– *скорость распространения электромагнитной волны*; ε, μ – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемость среды; ε_0, μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные.

Если объемную плотность w умножим на скорость v, то получим

$$P = v\mathrm{w} = EH.$$

Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление $\vec{P} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора $P = EH$. Вектор $\vec{P}$ называется *вектором плотности потока энергии* или *вектором Пойнтинга*. Модуль вектора плотности потока энергии электромагнитной волны численно равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Примечания:

1. Для амплитудных значений напряженности электрического E_m и магнитного H_m полей (задачи 11, 12) следует воспользоваться формулой (7).
2. Среднее значение плотности потока энергии (задачи 11, 13) определяется по формуле

$$\langle \mathrm{P} \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{P}dt = \frac{1}{T}\int_0^T EHdt.$$

3. Фазовую скорость v (задача 12) можно определить по формуле (8).
4. Прежде чем приступить к решению задач 13, 15, разберите пример 3 [1, с. 81–82].
5. Зная волновое число k, можно найти длину волны λ и скорость v ее распространения (задача 16). Волновое число определяется из уравнения волны.
6. При решении задач 17, 18 воспользуйтесь связью разности фаз $\Delta\varphi$ с расстоянием Δx между двумя точками:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x.$$

7. Определяя скорость распространения звука в воздухе (задача 19,) по формуле

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}},$$

вспомните, что коэффициент Пуассона $\gamma = \frac{i+2}{i}$ ($i = 5$ для двухатомного газа); T – температура газа; M – молярная масса (для воздуха $M \approx 29 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$).

8. В задаче 20 разберитесь с понятием «*стоячая волна*». Она возникает при наложении падающей и отраженной волны. На длине ℓ, например, воздушного столба внутри трубы, закрытой с одного конца, укладывается нечетное число $\frac{\lambda}{4}$:

$$\ell = (2n+1)\frac{\lambda}{4}.$$

Следовательно, число возможных собственных колебаний столба воздуха в трубе

$$\nu_n = (2n+1)\frac{v}{4\ell}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Задачи 21–30 на тему «Интерференция света».

При наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы интенсивности света, в других – минимумы.

Когерентные волны получают двумя методами: 1) делением волнового фронта (например, метод Юнга, см. задачи 21, 22); 2) делением амплитуды (задачи 23–30).

При решении задач данной темы различают понятия *геометрическая s и оптическая L длина пути*, длина волны в вакууме и длина волны в среде, ширина Δx интерференционной полосы (разность координат x_{m+1} и x_m двух соседних максимумов или минимумов). Среда называется *оптически более плотной*, если ее показатель преломления больше. Следует обратить внимание на изменение фазы волны при отражении от границы раздела двух сред с разными показателями преломления: при отражении световой волны от оптически более плотной среды фаза колебаний изменяется на противоположную, то есть на π радиан. При расчете оптической разности хода Δ двух когерентных световых волн это изменение фазы учитывается дополнительной разностью хода $\lambda_0/2$ (λ_0 – длина световой волны в вакууме).

Перед решением задач 23–30 обратите внимание на то, в каком свете (отраженном или проходящем) наблюдается интерференция, светлые или темные полосы (кольца Ньютона) получены в результате наложения световых волн.

Пример 4. На мыльную плёнку (n_2 = 1,33) падает белый свет под углом 45°. При какой наименьшей толщине плёнки отражённые лучи будут окрашены в зеленый цвет (λ = 500 нм)?

$n_2 = 1{,}33$
$\alpha = 45°$
$\lambda = 5\cdot10^{-7}$ м
d – ?

Решение.

Мыльную плёнку можно рассматривать как плоскопараллельную пластинку. Из пучка параллельных лучей, падающих на неё, выделим луч, падающий под углом α на границу раздела «воздух–вода» (рис. 3). В точках A, B и C падающий луч частично преломляется, частично отражается. В соответствии с законами геометрической оптики лучи $SABC$ и SAD падают параллельно на собирающую линзу L (роль линзы может играть и глаз человека), пересекаются в её фокусе и интерферируют между собой. Отражение света в точке A происходит от среды, оптически более плотной, в сравнении с той, в которой идёт падающий

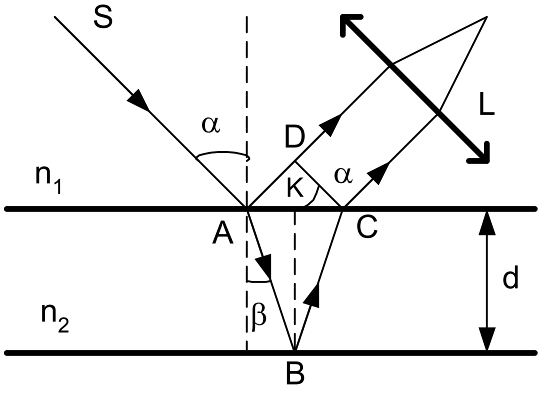

Рис. 3

луч, поэтому фаза колебаний луча, отражённого в точке *A*, изменяется на π рад, что равносильно появлению дополнительной разности хода, равной половине длины волны $\lambda_0/2$ в вакууме. Для воздуха показатель преломления $n \approx 1$, поэтому длины волн λ_0 в вакууме и λ в воздухе одинаковы.

Как видно из рисунка, *оптическая разность хода*:

$$\Delta = (\mathrm{AB} + \mathrm{BC})n_2 - \mathrm{AD}\,n_1 + \frac{\lambda}{2},$$

где n_1 – показатель преломления воздуха; n_2 – показатель преломления вещества плёнки.

Очевидно, что

$$\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{d}/\cos\beta\ ;\quad \mathrm{AD} = \mathrm{AC}\sin\alpha = 2\,\mathrm{AK}\sin\alpha = 2\,\mathrm{d}\,\mathrm{tg}\beta\sin\alpha\ ,$$

где d – толщина плёнки; α – угол падения; β – угол преломления. В соответствии с этим

$$\Delta = \frac{2\,\mathrm{d}\,\mathrm{n}_2}{\cos\beta} - 2\,\mathrm{d}\,\mathrm{n}_1\,\mathrm{tg}\beta\,\sin\alpha + \frac{\lambda}{2} = \frac{2\,\mathrm{d}\,\mathrm{n}_2}{\cos\beta}\left(1 - \frac{\mathrm{n}_1}{\mathrm{n}_2}\sin\beta\,\sin\alpha\right) + \frac{\lambda}{2}.$$

Учитывая из закона преломления, что

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\mathrm{n}_2}{\mathrm{n}_1};\ \sin\alpha = \sin\beta\,\frac{\mathrm{n}_2}{\mathrm{n}_1}\ ,$$

получаем $$\Delta = \frac{2\,\mathrm{d}\,\mathrm{n}_2}{\cos\beta}\left(1 - \sin^2\beta\right) + \frac{\lambda}{2} = 2\,\mathrm{d}\,\mathrm{n}_2\cos\beta + \frac{\lambda}{2}.$$

Условием интерференционного максимума, то есть усиления отражённого света, является кратность оптической разности хода чётному числу полуволн: $\Delta = 2m\,\frac{\lambda}{2} = m\lambda$. Таким образом:

$$2d\,n_2\cos\beta + \frac{\lambda}{2} = m\lambda;\quad d = \frac{\frac{2m-1}{2}\lambda}{2n_2\cos\beta}.$$

Для наименьшей толщины m = 1, то есть $d_{min} = \lambda/(4n_2\cos\beta)$. Из закона преломления находим

$$\sin\beta = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha = 0{,}5316;\ \beta = 32^\circ 7';\ n_{\min} = 1{,}3\cdot 10^{-7}\ \text{см}.$$

<u>Пример 5.</u> На стеклянный клин (n = 1,5) нормально к его грани падает монохроматический свет (λ = 660 нм). Ширина интерференционной полосы Δx = 0,1 мм. Определить преломляющий угол клина θ.

$n = 1{,}5$	
$\lambda = 6{,}6\cdot 10^{-7}$ м	
$\Delta x = 10^{-4}$ м	
θ – ?	

Решение.

Лучи, отраженные от верхней и нижней поверхностей клина, когерентны и при наложении дают интерференционную картину. Так как интерференция на клине наблюдается при малых преломляющих углах клина, лучи, отражённые от верхней и нижней граней, можно считать параллельными (лучи 1 и 2 на рис. 4). Оптическая разность хода лучей определяется разностью оптических длин путей этих лучей $2dn\cos\beta$ и половины длины волны, представляющей собой добавочную разность хода, возникающую при отражении от оптически более плотной среды.

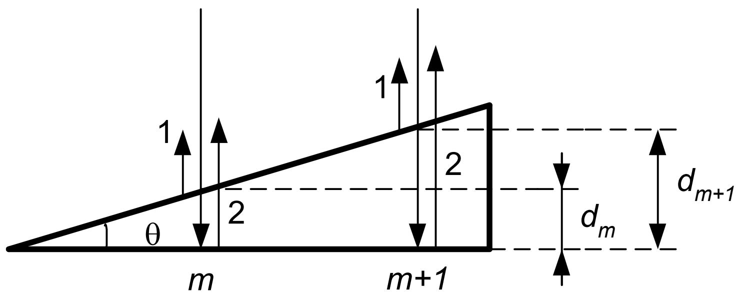

Рис. 4

Таким образом, *условие интерференционного минимума* может быть записано в виде

$$\Delta = 2\,\mathrm{d}_m\ \mathrm{n}\ \cos\beta + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

где n – показатель преломления стекла; d_m – толщина клина в том месте, где наблюдается тёмная полоса, соответствующая номеру m; β – угол преломления; λ – длина волны.

Учитывая, что угол падения α =0, а $\cos\beta = 1$, можно записать

$$2d_m n = m\lambda .$$

Тёмной полосе с номером (m + 1) соответствует толщина клина d_{m+1}. Из рисунка очевидно, что $\sin\theta = \dfrac{d_{m+1} - d_m}{\Delta x}$.

Вследствие малости угла θ можно считать, что $\sin\theta \approx \theta$ и

$$\theta = \frac{d_{m+1} - d_m}{\Delta x} = \frac{\frac{m+1}{2n}\lambda - \frac{m}{2n}\lambda}{\Delta x} = \frac{\lambda}{2n\,\Delta x} = 2{,}2\cdot 10^{-4}\ \text{(рад)}.$$

<u>Пример 6.</u> Плосковыпуклая линза радиусом 10 м прижата выпуклой стороной к стеклянной пластинке. Определить радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете, если *монохроматический свет* с длиной волны 550 нм падает на линзу нормально. Линза и пластинка находятся в воздухе.

R = 10 м
m = 2
λ = 550 нм
r_m – ?

Решение.

Кольца Ньютона (рис. 5) возникают при наложении лучей 1 и 2 света, отражённых от выпуклой поверхности линзы (точка А) и от поверхности стеклянной пластины (точка В). Оптическая разность хода этих лучей при нормальном падении равна:

$$\Delta = 2d_m n + \frac{\lambda}{2},$$

где d_m – толщина клина в месте наблюдения m-го кольца; n – показатель преломления среды, заполняющей пространство между линзой и стеклянной пластинкой (для воздуха n = 1); $\lambda/2$ – добавочная раз-

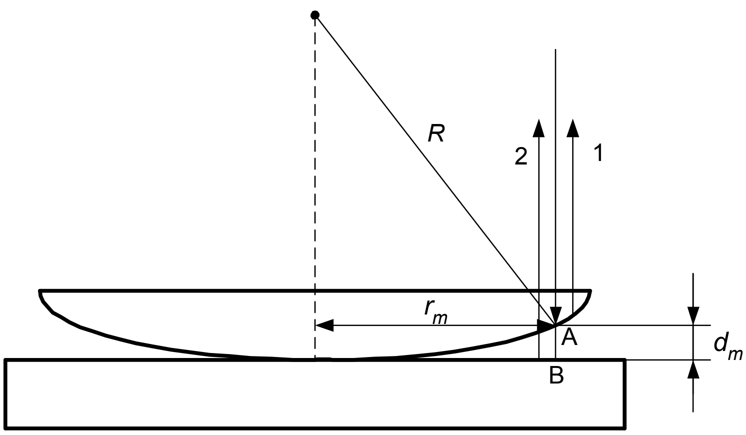

Рис. 5

ность хода («потеря» половины длины волны) при отражении луча 2 (точка В) от оптически более плотной среды. Минимум интенсивности света (тёмные кольца) будет в тех местах, для которых оптическая разность хода

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Следовательно:

$$2\mathrm{d}_m \mathrm{n} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad \mathrm{d}_m = \frac{m\lambda}{2\mathrm{n}}.$$

Толщина d_m клина и радиус r_m тёмных колец Ньютона связаны между собой соотношением, которое можно получить из рис. 5 (теорема Пифагора):

$$\mathrm{r}_m^2 = \mathrm{R}^2 - (\mathrm{R} - \mathrm{d}_m)^2 = 2\mathrm{R}\mathrm{d}_m - \mathrm{d}_m^2 .$$

Учитывая, что $\mathrm{d}_m << \mathrm{R}$ и $\mathrm{d}_m^2 \to 0$, радиус тёмных колец Ньютона в отражённом свете равен:

$$\mathrm{r}_m^2 \cong 2\mathrm{R}\mathrm{d}_m = 2\mathrm{R}\frac{m\lambda}{2\mathrm{n}},$$

$$\mathrm{r}_m = \sqrt{\frac{m\mathrm{R}\lambda}{\mathrm{n}}}.$$

Вычислим радиус второго темного кольца:

$$r_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{1}} = 3{,}3 \cdot 10^{-3}(\text{м}) = 3{,}3\ \text{мм}.$$

Примечания:

1. В пояснении к решению задачи 21 необходимо вывести формулу

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d}$$

(см., например, [2]). Учтите также, что число N полос на единицу длины ℓ экрана

$$\frac{N}{\ell}=\frac{\ell}{\Delta x\ell}=\frac{1}{\Delta x}.$$

2. Прозрачная пластинка, помещенная на пути одного из интерферирующих лучей (задача 22), изменяет разность хода лучей на величину

   $$\Delta = nd - d,$$

   где n – показатель преломления вещества пластинки; d – ее толщина. Смещение интерференционной картины на m полос позволяет определить разность хода Δ интерферирующих лучей

   $$\Delta = m\lambda.$$

3. Перед решением задачи 23 разберите пример 4 на с. 11–13 данного методического пособия, а перед решением задачи 24 – пример 4 [1, с. 82–83].
4. Показатель преломления глицерина (задача 25) приведен в табл. 14 [1, с. 139].
5. Решение задач 26, 27 облегчит разобранный в данных методических указаниях пример 5 на с. 13–14.
6. Обратите внимание на то, что в задачах 28–30 заданы диаметры колец. Перед решением этих задач разберите внимательно пример 6 на с. 14–15 данных методических указаний.

<u>Задачи 31–40</u> на тему «Дифракция света». В данном разделе предложены задачи по дифракции на круглом отверстии, щели, плоской одномерной и кристаллической дифракционных решетках.

При решении задач на эту тему на рисунке должна быть представлена картина распределения интенсивности излучения в дифракционном спектре. При наблюдении дифракции на круглом отверстии в центре дифракционной картины будет светлое пятно, если на диаметре отверстия укладывается нечетное число зон Френеля, и темное пятно, если число зон Френеля четное. Разберитесь с понятием «*зоны Френеля*».

Для плоской волны (если световые волны падают параллельным пучком) радиус r_m m-й зоны Френеля определяется по формуле

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}$$

(задача 31), а для сферической волны (если источник излучения находится на конечном расстоянии от преграды)

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}$$

(задача 32), где m – номер зоны Френеля; λ – длина световой волны; a – расстояние от источника излучения до отверстия (радиус волновой поверхности); b – расстояние от волновой поверхности до экрана.

Распределение интенсивности света при дифракции на щели имеет вид (рис. 6):

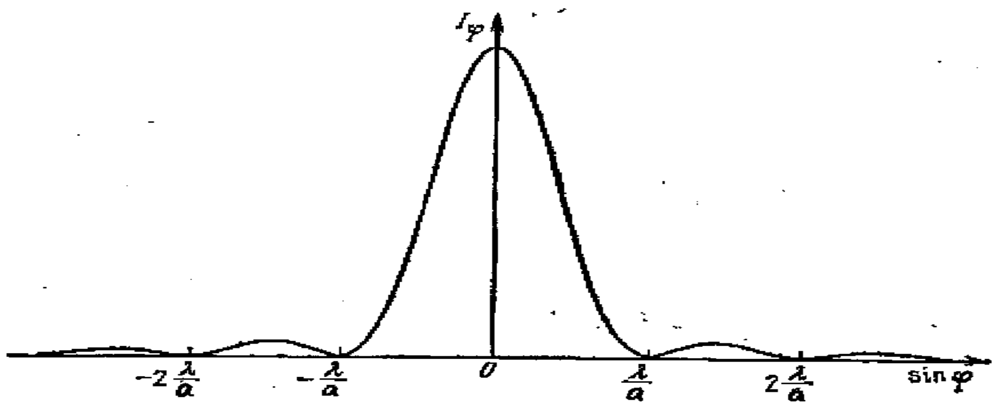

Рис. 6

Если лучи дифрагируют на щели, то они могут усиливать или ослаблять друг друга. Если в каком-либо направлении оптическая разность хода дифрагирующих лучей равна нечетному числу полуволн, то в этом направлении наблюдается *максимум интенсивности света*:

$$a\sin\varphi = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (m = 0, 1, 2, ...),$$

и *минимум интенсивности света*, если оптическая разность хода кратна четному числу полуволн (или целому числу длин волн), то есть

$$a \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} \qquad (m = 1, 2, 3, \ldots),$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; m – порядок дифракции (номер дифракционной полосы).

Ширина центрального максимума определяется расстоянием между двумя симметричными минимумами первого порядка (задача 33).

При наблюдении дифракции на дифракционной решетке условием главных максимумов интенсивности света является выражение

$$d \sin \varphi = m\lambda \qquad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

где m – порядок главных максимумов; d – *постоянная (период) дифракционной решетки*.

Основной характеристикой дифракционной решетки является *разрешающая способность* (задачи 37, 38)

$$R = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = mN,$$

где N – число штрихов решетки; $\Delta\lambda$ – разность длин волн двух близко расположенных спектральных линий; m – порядок спектра.

В качестве объемной дифракционной решетки используется кристаллическая структура, на которой изучается дифракция рентгеновских лучей. Максимумы интенсивности при дифракции на кристаллической решетке наблюдаются при условии (*формула Вульфа-Брэггов*)

$$2d \sin \Theta = m\lambda \qquad (m = 1, 2, 3, \ldots)$$

(задачи 39, 40), где d – расстояние между атомными плоскостями; Θ – угол скольжения рентгеновских лучей.

Примечания:

1. Определяя общее число дифракционных максимумов (задача 35), учтите, что дифракционная картина симметрична относительно центрального максимума.
2. При определении наибольшего порядка $m_{\max}$ спектра берется $\sin \varphi = 1$ (максимальное значение).

3. При дифракции на решетке в белом свете спектры различных порядков могут накладываться друг на друга, тогда линии спектра разных порядков могут наблюдаться под одним и тем же углом (задача 36).

Задачи 41–50 на тему «Поляризация света». В данном разделе представлены задачи на поляризацию света при прохождении света через систему поляризаторов (задачи 43, 44), при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков (задачи 45–48) или через оптически активную среду (задачи 49–50).

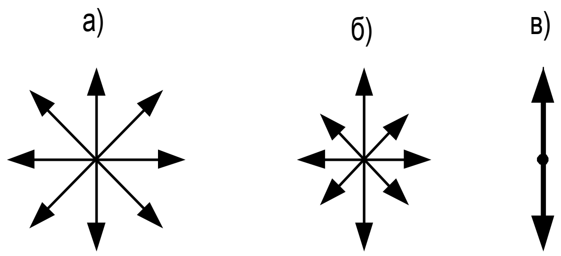

Рис. 7

В *естественном свете* колебания светового вектора (вектора $\vec{E}$ напряженности электрического поля световой волны) различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга (рис. 7, а). *Поляризованным* называется свет, в котором колебания светового вектора каким-либо образом упорядочены. Такой свет называется *частично поляризованным* (рис. 7, б). Его можно рассматривать как смесь естественного и плоско поляризованного. Если колебания светового вектора происходят только в одной проходящей через луч плоскости, свет называется *линейно поляризованным* или *плоскополяризованным* (рис. 7, в).

Плоскость, в которой колеблется световой вектор в плоско поляризованной волне, называется *плоскостью колебаний*. По историческим причинам *плоскостью поляризации* была названа не плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{E}$, а перпендикулярная к ней плоскость (то есть плоскость колебаний вектора $\vec{H}$).

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Эти приборы свободно пропускают колебания вектора $\vec{E}$, параллельные плоскости, которая называется *плоскостью поляризатора*, и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. Если поляризатор неидеальный, то на выходе из него получается свет, в котором колебания вектора $\vec{E}$ одного направления преобладают над колебаниями этого вектора в других направлениях.

Если пропустить *частично поляризованный свет* через поляризатор (задачи 41, 42), то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от I_{max} до I_{min}, причем переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол, равный $\frac{\pi}{2}$. Выражение

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

называется *степенью поляризации.* Для плоско поляризованного света $I_{min} = 0$ и $P = 1$; для естественного света $I_{max} = I_{min}$ и $P = 0$.

Амплитуду А колебаний, совершающихся в плоскости, образующей с плоскостью поляризатора угол φ, можно разложить на два колебания с амплитудами $A_{II} = A\cos\varphi$ и $A_{\perp} = A\sin\varphi$ (рис. 8). Колебание с амплитудой $A_{\|}$ пройдет через прибор, а колебание с амплитудой $A_{\perp}$ будет задержано. Интенсивность I световой волны прямо пропорциональна квадрату амплитуды A^2 колебаний светового вектора, поэтому интенсивность прошедшей волны

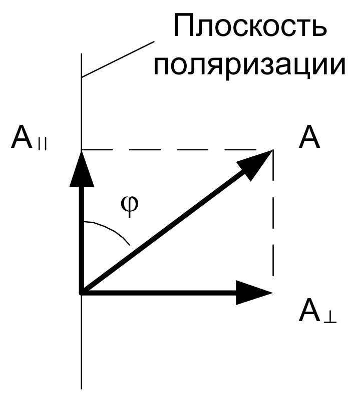

Рис. 8

$$I_{II} = k\,A_{II}^2 = k\,A^2\cos^2\varphi = I\cos^2\varphi,$$

где I – интенсивность колебания с амплитудой А. Следовательно, колебание, параллельное плоскости поляризатора, имеет интенсивность, пропорциональную $\cos^2\varphi$. В естественном свете все значения угла φ равновероятны. Поэтому доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению $\cos^2\varphi$, то есть 1/2.

Для изучения поляризованного света всегда используются два поляризатора. При этом первый поляризатор, преобразующий естественный свет в поляризованный, носит название поляризатора, а второй, служащий для анализа степени поляризации света, называется *анализатором*.

Пусть на поляризатор падает плоско поляризованный свет амплитуды A_0 и интенсивности I_0 (рис. 9). Сквозь прибор пройдет составляющая колебания с амплитудой $A = A_0 \cos\varphi$, где φ – угол между плоскостью колебаний вектора $\vec{E}$ падающего света и плоскостью поляризатора. Тогда интенсивность прошедшего света I будет определяться выражением

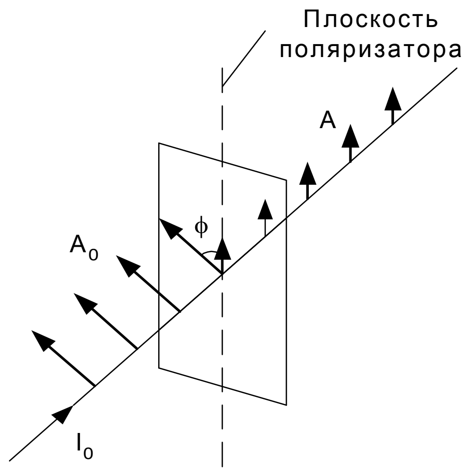

Рис. 9

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

которое называют <u>*законом Малюса*</u>: *интенсивность света, прошедшего через анализатор, равна интенсивности света, прошедшего через поляризатор, умноженной на квадрат косинуса угла между плоскостями колебаний анализатора и поляризатора.*

Если на пути естественного луча поставить два поляризатора, плоскости которых образуют угол φ, то из первого поляризатора выйдет плоско поляризованный свет, интенсивность I_0 которого составит половину интенсивности $I_{ест}$ естественного света. Согласно закону Малюса из второго поляризатора выйдет свет интенсивности $I_0 \cos^2 \varphi$, то есть интенсивность I света, прошедшего через два поляризатора, равна

$$I = \frac{1}{2} I_{ест} \cos^2 \varphi.$$

Максимальная интенсивность, равная $\frac{1}{2} I_{ест}$, наблюдается при $\varphi = 0$ (поляризаторы параллельны), минимальная, равная нулю, – при $\varphi = \pi/2$ (поляризаторы скрещены).

Если при прохождении света через поляризатор, наблюдается его частичное отражение и (или) поглощение (задачи 43, 44), то с учетом этих дополнительных потерь интенсивность излучения на выходе из поляризатора будет равна

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} (1 - k),$$

где k – коэффициент, учитывающий потери света на отражение и поглощение.

Если направить пучок естественного света на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть света отражается, а часть, преломляясь, распространяется во второй среде. При этом отражённый и преломлённый лучи оказываются частично поляризованными. В отражённом луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 10 эти колебания обозначены точками), в преломлённом луче – колебания, параллельные плоскости падения (на рисунке они изображены двусторонними стрелками). Степень поляризации зависит от угла падения лучей и показателя преломления.

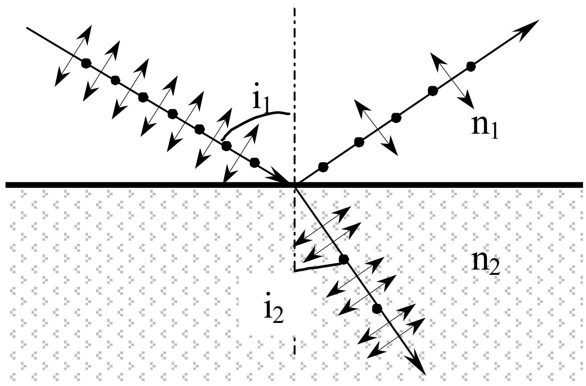

Рис. 10

При некотором строго определённом для данной пары сред значении угла падения отражённый от границы раздела свет оказывается полностью линейно поляризованным. Такой угол падения называется *углом Брюстера* $i_{\text{Бр}}$ или *углом полной поляризации* и определяется согласно закону, установленному в 1815 г. Брюстером:

$$\operatorname{tg} i_{\text{Бр}} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \tag{9}$$

где n_{21} – показатель преломления второй среды по отношению к первой. При угле падения, равном $i_{\text{Бр}}$, отражённый луч полностью поляризован (задачи 45–48), он содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения, а степень поляризации преломлённого луча достигает наибольшего значения, однако этот луч остаётся поляризованным только частично; при этом отражённый и преломлённый лучи взаимно перпендикулярны (рис. 11). Соотношение (9) носит название *закона Брюстера*.

Некоторые вещества, называемые *оптически активными*, обладают способностью вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через них плоскополяризованного света. В кристаллах угол поворота β пропорционален пути *d*, пройденному лучом в кристалле (задача 49):

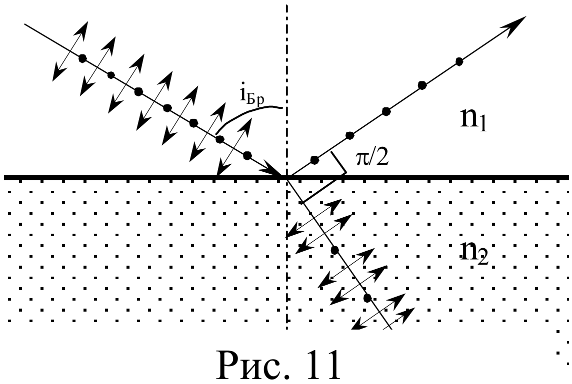

Рис. 11

$$\beta = \alpha d. \tag{10}$$

Коэффициент α называют *постоянной вращения*.

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути *d* света в растворе и массовой концентрации оптически активного вещества *C* (задача 50):

$$\beta = [\alpha] C d \tag{11}$$

где [α] – величина, зависящая от длины волны и температуры, называется *удельной постоянной вращения.*

Примечания:

1. Перед решением задач 43–44 разберите пример 6 [1, с. 84–85].
2. При решении задачи 47 учтите, что из формул Френеля [3, с. 411–413] коэффициент ρ отражения света

$$\rho = \frac{I_{\perp} + I_{11}}{I_0},$$

где $I_{\perp}$, I_{11} – интенсивности света для двух взаимно перпендикулярных направлений колебания светового вектора $\vec{E}$ в отраженном луче; I_0 – интенсивность естественного света.

При падении света на границу раздела двух сред под углом Брюстера $I_{11} = 0$, следовательно,

$$\rho = \frac{I_{\perp}}{I_0}, \text{ и } I_{\perp} = \rho I_0 .$$

Степень поляризации преломленного луча

$$P = \frac{I_{11}^1 - I_{\perp}^1}{I_{11}^1 + I_{\perp}^1} .$$

Задачи 51–60 на тему «Групповая и фазовая скорости света. Поглощение света. Излучение Вавилова–Черенкова».

В задачах 51–53 обсуждаются понятия фазовой и групповой скоростей света в различных средах. Скорость v распространения синусоидальной волны называется *фазовой скоростью*. Она равна скорости перемещения в пространстве точек поверхности, соответствующей любому фиксированному значению фазы синусоидальной волны. Например, в случае плоской синусоидальной волны (2) из условия

$$\omega t - kx + \varphi_0 = \text{const}$$

следует, что

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v. \tag{12}$$

Дисперсией волн называется зависимость фазовой скорости волн в среде от их частоты. Среда, в которой это явление наблюдается, называется *диспергирующей средой*.

При распространении нескольких волн в какой-либо среде выполняется *принцип суперпозиции (наложения) волн*: волны распространяются независимо друг от друга, так что результирующее возмущение в какой-либо точке среды равно сумме возмущений, соответствующих каждой из этих волн порознь. Основываясь на принципе суперпозиции и разложении Фурье, можно заменить любую несинусоидальную волну эквивалентной ей системой синусоидальных волн, то есть представить в виде *группы волн*, или *волнового пакета*.

Закономерность распространения произвольного возмущения (сигнала), представляющего собой несинусоидальную волну, проста только при условии, что среда недиспергирующая. В этом случае сигнал перемещается в среде, не изменяя своей «формы», так как все синусоидальные волны, образующие эту группу, имеют одинаковые скорости, равные скорости сигнала. В диспергирующей среде синусоидальные составляющие группы волн, соответствующей несинусоидальной волне, распространяются с разными скоростями. Поэтому группа волн по мере распространения «расплывается», так что «форма» сигнала изменяется.

Простейшей группой волн является *квазисинусоидальная плоская волна,* получающаяся в результате наложения двух распространяющихся вдоль оси OX плоских волн с одинаковыми амплитудами и близкими по значению частотами и волновыми числами:

$$s = A_0 \sin(\omega t - kx) + A_0 \sin[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] =$$
$$= 2A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right)\sin(\omega t - kx).$$

Эта волна отличается от синусоидальной тем, что ее амплитуда

$$A = 2A_0\left|\cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right)\right|$$

– медленно меняющаяся функция координаты x и времени t. За скорость распространения этой несинусоидальной волны принимают скорость u перемещения точки, в которой амплитуда A имеет какое-либо фиксированное значение (например, $A = 0$ или $A = 2A_0$). Следовательно, эта точка движется по закону: $td\omega - xdk = const$. Откуда

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}. \qquad (13)$$

Скорость u называется *групповой скоростью.* Она равна скорости переноса энергии квазисинусоидальной волной.

Связь между фазовой (12) и групповой (13) скоростями волн имеет вид:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda},$$

где λ – длина волны. В недиспергирующей среде $\frac{dv}{d\lambda} = 0$ и групповая скорость совпадает с фазовой. Зависимость групповой скорости волны от показателя преломления среды n приведена в [1, с. 79].

В задачах 54–56 обсуждается поглощение света при прохождении его в различных средах. *Поглощением света* называется явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе, происходящее вследствие преобразования энергии волны во внутреннюю энергию вещества или в энергию вторичного излучения, имеющего другой спектральный состав и иные направления распространения (фотолюминесценция).

Поглощение света описывается *законом Бугера–Ламберта (законом Бугера)*, согласно которому интенсивность I плоской волны монохроматического света уменьшается по мере прохождения через поглощающую среду по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \tag{14}$$

Здесь I_0 и I – значения интенсивности света на входе и выходе из слоя среды толщиной x, а μ – *коэффициент линейного поглощения среды*, который зависит от химической природы и состояния поглощающей среды и от длины волны λ света.

В задачах 57–60 требуется определить параметры излучения Вавилова–Черенкова. *Излучением (эффектом) Вавилова–Черенкова* называется отличное от люминесценции излучение света, которое возникает при движении заряженных частиц в веществе со скоростями V, бóльшими фазовой скорости v света в этом веществе. Условие существования этого излучения:

$$\frac{c}{n} < V < c,$$

где c – скорость света в вакууме; а $n > 1$ – показатель преломления вещества.

Заряженная частица вызывает кратковременную поляризацию вещества в окрестностях тех точек, через которые она проходит при своем движении. Поэтому молекулы среды, лежащие на пути частицы, становятся кратковременно действующими когерентными источниками элементарных электромагнитных волн, интерферирующих при наложении.

Свет, возникающий на каждом малом участке траектории заряженной частицы, распространяется вдоль образующих конуса, вершина которого O (рис. 12) расположена на этом участке, ось совпадает с траекторией частицы, а образующие составляют с осью угол $\theta = \arccos(c/nV)$. Свет поляризован так, что вектор $\vec{E}$ направлен по нормали к поверхности конуса, а вектор $\vec{H}$ – по касательной к ней.

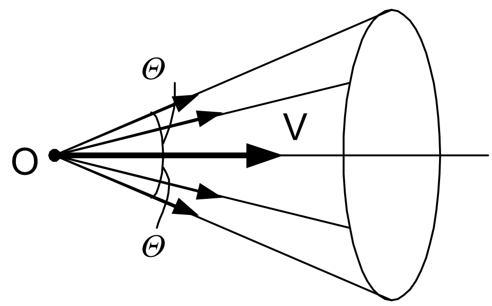

Рис. 12

<u>Пример 7.</u> Коэффициент поглощения некоторого вещества для монохроматического света определенной длины волны 0,1 см$^{-1}$. Определить толщину слоя вещества, которая необходима для ослабления света в 5 раз.

Решение.

$\mu = 0{,}1$ см$^{-1}$	
$I_0/I = 5$	
x – ?	

Поглощение света в веществе определяется законом Бугера (14). Откуда

$$\frac{I_0}{I} = e^{\mu x}$$

или
$$x = \frac{\ln \frac{I_0}{I}}{\mu} = \frac{\ln 5}{0{,}1\,\text{см}^{-1}} \approx 16{,}1\,\text{см}.$$

Примечания:

1. Перед решением задач 51–53 разберите пример 7 [1, с. 85–86].

2. Решая задачи 54–57, обратите внимание на пример 7 на с. 27–28 данных методических указаний.
3. Перед решением задач 58–60 разберите пример 8 [1, с. 86].
4. Показатели преломления различных веществ приведены в табл. 14 [1, с. 121].

Задачи 61–65 на тему «Законы теплового излучения».

В учебной и методической литературе используются различные обозначения величин, характеризующих тепловое излучение. В данных методических указаниях применяются обозначения, рекомендуемые в пособии [1].

Тепловое излучение, возникающее за счет внутренней энергии излучающего тела и зависящее от его температуры, характеризуется следующими величинами.

1. *Объемная плотность w энергии излучения* – это отношение энергии dW излучения к объему dV, который оно заполняет:

$$w = \frac{dW}{dV} \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}\right].$$

2. *Мощность N излучения* (*поток излучения Φ_e*) определяется отношением энергии ΔW, переносимой излучением, ко времени Δt переноса, значительно превышающему период электромагнитных колебаний

$$N = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}\right].$$

3. *Энергетическая светимость R* («*испускательная способность*» в задачах 61–62) – величина, равная отношению потока $d\Phi_e$, исходящего от рассматриваемого малого участка поверхности к площади dS этого участка

$$R = \frac{d\Phi_e}{dS} \quad \left[\frac{Вт}{м^2}\right].$$

4. *Интенсивность I излучения* («*плотность потока энергии*» в задаче 64) определяет энергию излучения, переносимую в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения

$$I = \frac{W}{St} \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right].$$

Черное тело полностью поглощает все падающее на него излучение и характеризуется наибольшей энергией излучения при данной температуре по сравнению с излучением других тел.

Законы излучения черных тел:

1. *Закон Стефана-Больцмана*: энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры

$$R = \sigma T^4, \tag{15}$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) – постоянная Стефана-Больцмана.

2. *Закон смещения Вина*: длина волны λ_m, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \tag{16}$$

где $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Вина.

Пример 8. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны 500 нм. Считая, что Солнце излучает, как черное тело, определить: 1) энергетическую светимость R Солнца; 2) поток энергии Φ_e, излучаемой Солнцем; 3) массу m электромагнитных волн, излучаемых Солнцем за 1 с; 4) интенсивность I излучения вблизи поверхности Земли за пределами ее атмосферы.

$\lambda_m = 500$ нм
R, Φ_e, m, I – ?

Решение.

1). Энергетическая светимость черного тела определяется законом Стефана-Больцмана (15), а температура излучающей поверхности черного тела определяется из закона смещения Вина (16):

$$T = \frac{b}{\lambda_m}. \qquad (17)$$

Подставив (17) в (15), получим

$$R = \sigma \frac{b^4}{\lambda_m^4} = \frac{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(2{,}9 \cdot 10^{-3}\right)^4}{\left(5 \cdot 10^{-7}\right)^4} = 64 \cdot 10^6 \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right).$$

2). Поток энергии Φ_e (мощность излучения N) равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности

$$\Phi_e = R \cdot 4\pi r_C^2, \qquad (18)$$

где $r_{\text{С}} = 6{,}95 \cdot 10^8$ м – радиус Солнца (табл. 2 [1, с. 120]).

$$\Phi_e = 64 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot \left(6{,}95 \cdot 10^8\right)^2 = 3{,}9 \cdot 10^{26} (\text{Вт}).$$

3). Масса m электромагнитных волн всех длин, излучаемых Солнцем ежесекундно, определяется из закона Эйнштейна о пропорциональности массы и энергии

$$E = mc^2,$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость электромагнитных волн в вакууме. Так как энергия электромагнитных волн, излучаемых за время t, равна произведению потока энергии (мощности излучения) на время t

$$E = \Phi_e t,$$

то за одну секунду излучается энергия, численно равная потоку излучения

$$\Phi_e = mc^2.$$

Откуда $m = \dfrac{\Phi_e}{c^2} = \dfrac{3{,}9 \cdot 10^{26}\ \text{Вт}}{9 \cdot 10^{16}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 4{,}3 \cdot 10^9$ кг.

4). Интенсивность I излучения Солнца вблизи поверхности Земли за пределами ее атмосферы пропорциональна энергетической светимости R поверхности Солнца: $I = R$. Весь поток излучения проходит сквозь поверхность сферы радиуса r, равного расстоянию от Солнца до Земли. Тогда

$$\Phi_e = I \cdot 4\pi r^2. \qquad (19)$$

Решая совместно (18) и (19), получим

$$R \cdot 4\pi r_C^2 = I \cdot 4\pi r^2.$$

Следовательно, интенсивность излучения Солнца вблизи поверхности Земли

$$I = R\frac{r_C^2}{r^2} = 64 \cdot 10^6 \cdot \frac{\left(6{,}95 \cdot 10^8\right)^2}{\left(1{,}5 \cdot 10^{11}\right)^2} \approx 1{,}37 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right).$$

Примечания:

1. Перед решением задач 61, 62 разберите пример 9 [1, с. 86–87].
2. В задаче 63, определив массу электромагнитных волн, излучаемых за $t' = 1$ с, не забудьте умножить этот результат на время $t = 1$ год = 365,25 суток = 365,25·24·3600 с.
3. В задаче 65 температура устанавливается тогда, когда поток излучения Земли станет равным потоку излучения Солнца, поглощаемому Землей. Поток излучения Солнца, поглощенный Землей

$$\Phi_\text{e}^\text{погл} = IS,$$

где S – площадь поверхности Земли, обращенной к Солнцу. Поток, излучаемый Землей:

$$\Phi_\text{e}^\text{изл} = R \cdot 2S = \sigma T^4 \cdot 2S.$$

Приравнивая два последних уравнения, можно найти температуру T поверхности Земли.

Задачи 66–70 на тему «Давление света».

Свет, падающий на поверхность, оказывает на нее давление, так как фотоны обладают импульсом. Согласно квантовой теории, давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс. Если в единицу времени на единицу площади перпендикулярно поверхности падает N фотонов, то при коэффициенте отражения ρ света от нее отразится ρN фотонов, а поглотится $(1-\rho)N$ фотонов. Каждый поглощенный фотон передаст поверхности импульс $p_1 = \dfrac{h\nu}{c}$, а каждый отраженный фотон передаст ей импульс $-2p_1 = \dfrac{2h\nu}{c}$. Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности за 1 с все N фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c}\rho N + \frac{h\nu}{c}(1-\rho)N = (1+\rho)\frac{h\nu}{c}N.$$

Используя обозначения для интенсивности света I и объемной плотности энергии w, формулу для определения давления света можно записать в виде

$$p = \frac{I}{c}(1+\rho) = w(1+\rho).$$

Примечания:

1. Решая задачи 66, 67 и 70, воспользуйтесь рекомендациями примера 10 [1, с. 87–88]. Учтите, что коэффициенты отражения для зеркальных и черных поверхностей различны: $\rho_{зерк} = 1$, $\rho_{черн} = 0$.
2. Число фотонов N_1, падающих на единичную площадку за единицу времени (задачи 68, 69), и концентрация n фотонов связаны следующими соотношениями:

$$N_1 = \frac{N}{St} = \frac{ncSt}{St} = nc,$$

где c – скорость света в вакууме.

Задачи 71–80 на тему «Внешний фотоэффект. Эффект Комптона».

В задачах 71–75 рассматривается взаимодействие электромагнитного излучения со свободными электронами металла, в результате которого энергия фотона полностью передается электрону (неупругое взаимодействие). За счет полученной энергии электрон вылетает из металла (*внешний фотоэффект*). Взаимодействие фотона и электрона при внешнем фотоэффекте описывается уравнением Эйнштейна

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла; $\upsilon_{\max}$ – максимальная скорость электронов, вылетевших из металла (задача 75); $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ν – частота электромагнитного излучения; m – масса электрона.

Частота ν излучения связана с длиной волны λ соотношением:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \qquad \text{(задачи 71–75).}$$

Фотоэффект имеет место, если энергия фотона больше или равна работе выхода A электрона, то есть

$$h\nu \geq A \quad \text{или} \quad \frac{hc}{\lambda} \geq A.$$

Минимальная частота излучения ν_0 или максимальная длина волны λ_0, при которой начинается фотоэффект, называется *красной границей фотоэффекта*. Зная красную границу, можно определить работу выхода (задачи 71, 73):

$$A = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

Для прекращения фотоэффекта между катодом и анодом прикладывается обратное поле, то есть на катод подается «+», а на анод подается «–». Разность потенциалов между катодом и анодом, при которой фототок прекращается, называется *задерживающей разностью потенциалов* (задачи 71–74). При этом работа сил электрического поля равна максимальной кинетической энергии фотоэлектрона:

$$eU_з = \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где e – заряд электрона (см. табл. 1 [1, с. 119]).

В задачах 76–80 обсуждается *эффект Комптона*, в котором при рассеянии фотонов с высокой энергией на свободных электронах наблюдается увеличение длины волны излучения на величину $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\Theta), \qquad (20)$$

где m_0 – масса покоя частицы; c – скорость света в вакууме; Θ – угол рассеяния падающего излучения.

С точки зрения квантовых представлений о свойствах света рассеяние является результатом упругого взаимодействия фотона со свободным или слабо связанным электроном. При этом выполняются законы сохранения.

1) *Закон сохранения энергии*:

$$h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + mc^2 \quad \text{или}$$

$$h\nu = h\nu' + (m - m_0)c^2,$$

где $h\nu$ – энергия падающего фотона; $h\nu'$ – энергия рассеянного фотона; $(m - m_0)c^2$ – кинетическая энергия электрона отдачи.

2) *Закон сохранения импульса* (рис. 13):

$$\vec{p}_ф = \vec{p}\,'_ф + \vec{p}_e,$$

где $\vec{p}_ф$ – импульс падающего фотона; $\vec{p}\,'_ф$ – импульс рассеянного фотона; $\vec{p}_e$ – импульс электрона отдачи; Θ – угол рассеяния лучей.

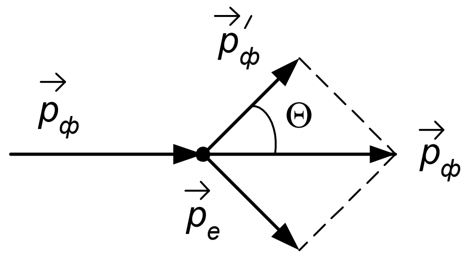

Рис. 13

<u>Пример 9.</u> Гамма-фотон с энергией 1,02 МэВ в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 60°. Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи.

$\varepsilon_1 = 1{,}02$ МэВ	
$\Theta = 60°$	
$T, p_e - ?$	

Решение.

Для определения кинетической энергии T электрона необходимо воспользоваться законом сохранения энергии при упругом взаимодействии γ-фотона и свободного электрона:

$$T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

где ε_1 – энергия падающего фотона; ε_2 – энергия рассеянного фотона.

Энергию рассеянного фотона можно определить, воспользовавшись формулой Комптона (20):

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\Theta),$$

где λ_1 – длина волны падающего γ-фотона; λ_2 – длина волны рассеянного γ-фотона. Длина волны λ связана с энергией ε фотона

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}.$$

Тогда формулу Комптона можно переписать в виде

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\Theta) \quad \text{или} \quad \frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2}(1 - \cos\Theta).$$

После сокращения на hc имеем:

$$\frac{1}{\varepsilon_2}-\frac{1}{\varepsilon_1}=\frac{1}{m_0c^2}(1-\cos\Theta),$$

где m_0c^2 = E_0 = 0,51 МэВ – энергия покоя электрона. Отсюда найдем энергию рассеянного фотона ε_2:

$$\frac{1}{\varepsilon_2}=\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{E_0}(1-\cos\Theta),$$

$$\varepsilon_2=\frac{\varepsilon_1E_0}{E_0+\varepsilon_1(1-\cos\Theta)},$$

$$\varepsilon_2=\frac{1{,}02\cdot 0{,}51}{0{,}51+1{,}02\left(1-\cos 60^0\right)}=0{,}51\,(\text{МэВ}).$$

Кинетическая энергия T электрона отдачи

$$T=1{,}02-0{,}51=0{,}51\,(\text{МэВ}).$$

Так как кинетическая энергия электрона отдачи равна его энергии покоя, то этот электрон является релятивистской частицей и его импульс определяется по формуле

$$p_e=\frac{\sqrt{T(T+2E_0)}}{c}=\frac{\sqrt{E_0(E_0+2E_0)}}{c}=0{,}87\left(\frac{\text{МэВ}}{\text{с}}\right).$$

Примечания:

1. Решение задач на указанную тему обязательно иллюстрируйте рисунком (см. рис. 13), используя данные решаемой задачи.
2. Энергия покоя электрона приведена в табл. 16 [1, с. 122].
3. Единица измерения импульса «МэВ/с» – внесистемная. В СИ импульс измеряется в «кгм/с».
4. Используемые множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц приведены в табл. 20 [1, с. 123].

Список рекомендуемой литературы

1. Физика. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических и

технологических специальностей вузов / под ред. В. Ф. Дмитриевой. – М.: Высш. шк., 2005. – 125 с.
2. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие. – М.: Академия, 2007. – 560 с.
3. Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Академия, 2006. – 718 с.

Составители

Таисия Васильевна Лавряшина
Татьяна Александровна Балашова
Нина Николаевна Демидова

ФИЗИКА

Методические указания по выполнению контрольной работы № 3
для студентов заочной формы обучения
по курсу общей физики для всех специальностей

Рецензент Н. Б. Окушко

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 03.12.2007. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе. Уч.-изд. л. 2,00.
Тираж 380 экз. Заказ .
ГУ КузГТУ. 650026, Кемерово, ул. Весенняя, 28.
Типография ГУ КузГТУ. 650099, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А.