Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет»

Кафедра физики

ФИЗИКА

Методические указания по выполнению контрольной работы № 2
для студентов заочной формы обучения
по курсу общей физики для всех специальностей

Составители Н. Н. Демидова
Т. В. Лавряшина
Т. А. Балашова

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 6 от 02.02.2010

Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
специальности 130404
Протокол № 01/10 от 29.01.2010

Электронная копия находится
в библиотеке ГУ КузГТУ

Кемерово 2010

Перед выполнением контрольных работ необходимо ознакомиться с общими методическими указаниями [1] с. 4–6. Не приступайте к решению задач, не проработав теоретический материал на соответствующую тему. Обратите внимание на различие в обозначениях векторных и скалярных величин, например, для вектора силы – **F** или $\vec{F}$, для модуля силы – F. В данном пособии *курсивом* выделены основные понятия, законы и соотношения, включенные в контроль знаний по разделу «Основы электродинамики» при защите контрольной работы № 2.

Контрольная работа № 2

В контрольную работу № 2 включены задачи по основам электродинамики.

Задачи 1–10 на тему **«Закон Кулона. Напряженность и потенциал электростатического поля»**.

Закон Кулона используется для определения силы взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга. Величина силы их взаимодействия в среде с относительной диэлектрической проницаемостью ε равна

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_1||Q_2|}{\varepsilon r^2},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Решая задачи по определению силы взаимодействия зарядов или напряженности полей, созданных заряженными телами, необходимо:

1) сделать рисунок;

2) указать на рисунке векторы сил $\vec{F}_i$, действующих на данный заряд, или векторы напряженностей $\vec{E}_i$ полей, создаваемых в данной точке всеми заряженными телами;

3) найти векторную сумму сил

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i,$$

или результирующий вектор напряженности $\vec{E}$ электростатического поля

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i;$$

4) найти проекции векторов сил $\vec{F}_i$ или векторов напряженностей $\vec{E}_i$ полей на выбранные координатные оси.

В большинстве задач этой темы требуется определить силовую (напряженность $\vec{E}$) или энергетическую (потенциал φ) характеристики электростатических полей, созданных неподвижными точечными зарядами или протяженными заряженными телами. При этом необходимо учесть, что напряженность $\vec{E}$ результирующего поля в данной точке определяется векторной суммой напряженностей $\vec{E}_i$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности (*принцип суперпозиции электростатических полей*),

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i,$$

а потенциал φ результирующего поля в данной точке равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности,

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i.$$

Если электростатическое поле создается точечным зарядом Q, то модуль вектора $\vec{E}$ напряженности этого поля в точке, находящейся на расстоянии r от заряда, определяется соотношением

$$E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}, \quad \text{а потенциал} \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

***Примечания 1*:**

1. Перед решением *задач 1–3*, *5*, *9*, *10* разберите **пример 2** [1] с. 66.

2. В задачах данной темы (кроме *задачи 4*) относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon \approx 1$ (воздух), а в *задаче 4* $\varepsilon = 7$ (стекло).

3. При вычислении силы F или напряженности E электростатического поля заряды берутся по абсолютной величине, так как знак заряда уже учитывается при указании направления вектора силы $\vec{F}$ или вектора напряженности $\vec{E}$. При вычислении потенциала φ заряды берутся со знаками, указанными в условии задачи.

4. Знак поверхностной плотности σ заряда (*задачи 4*, *6*) учитывается при определении направления вектора напряженности $\vec{E}$ электростатического поля. Так, например, бесконечно протяженная равномерно заряженная плоскость создает однородное электростатическое поле, вектор напряженности которого в разных точках одинаков, а линии напряженности параллельны друг другу и имеют одинаковую густоту. Они начинаются на заряженной плоскости, если $\sigma > 0$, или заканчиваются на ней, если $\sigma < 0$ (рис. 1).

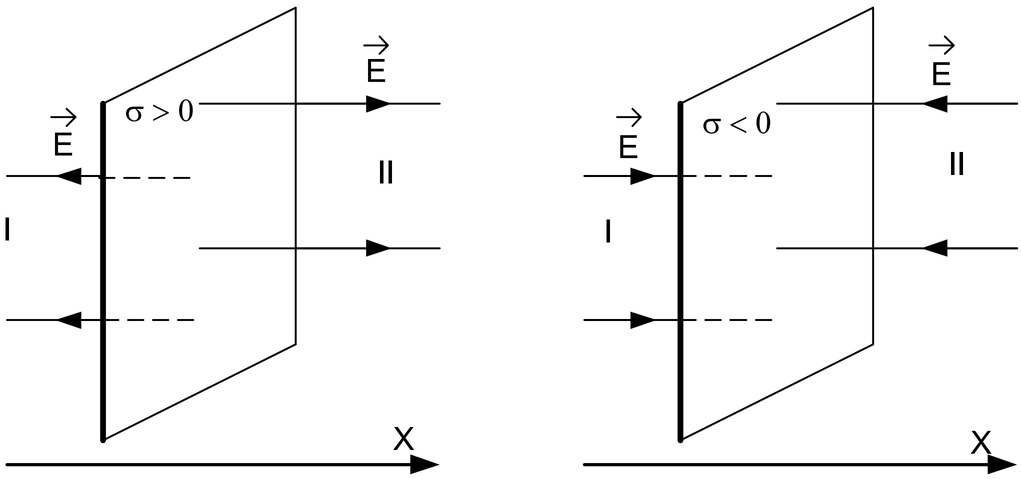

Рис. 1

В проекции на ось X:

$$E = E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} > 0 \text{ в области II (рис. 1, а) и в области I (рис. 1, б);}$$

$-E = -E_x = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} < 0$ в области I (рис. 1, а) и в области II (рис. 1, б).

5. Векторы силы $\vec{F_i}$ в *задаче 7* удобнее проецировать на ось X, как показано на рис. 2, а.

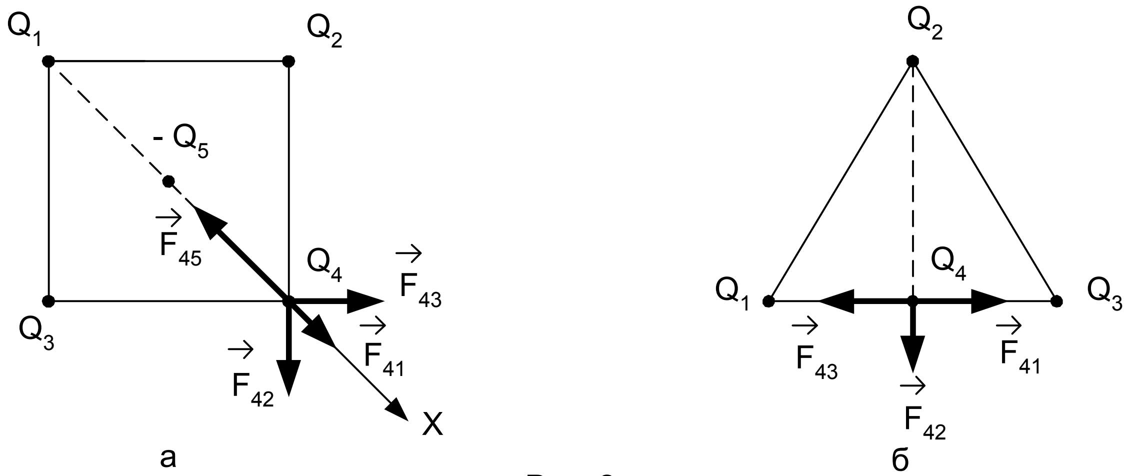

Рис. 2

6. При решении *задачи 8* выбор знака заряда Q_4 на определение численных значений заряда Q_4, напряженности E и потенциала φ не влияет, однако полезно помнить, что для определения характеристик ($\vec{E}$, φ) поля используется точечный положительный заряд (рис. 2, б). Аналогично для *задач 9* и *10* одинаковые по знаку заряды могут быть как положительными, так и отрицательными. Выбор знака заряда влияет только на направление вектора $\vec{E}$ электростатического поля и на знак потенциала φ этого поля. Численные значения указанных величин от выбора знаков зарядов не зависят.

Задачи 11–20 на тему **«Потенциал. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле»**.

Потенциал электростатического поля в некоторой точке численно равен потенциальной энергии W_p единичного точечного положительного заряда Q_0, помещенного в данную точку поля

$$\varphi = \frac{W_p}{Q_0},$$

при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю.

Потенциал поля, созданного точечным зарядом Q на расстоянии r от него (*задача 19*), определяется соотношением

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между двумя точками электростатического поля численно равна работе A_{12} кулоновских сил по перемещению единичного положительного точечного заряда Q_0 между этими точками:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{Q_0}.$$

Следовательно, работа A кулоновских сил по перемещению заряда Q между двумя точками определяется соотношением

$$A = Q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right).$$

Для определения разности потенциалов двух точек электростатического поля (*задачи 11*, *12*, *15*, *16*, *18*, *20*) необходимо использовать *связь потенциала и вектора напряженности*

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi,$$

при этом модуль вектора напряженности $\vec{E}$ с учетом симметрии электростатического поля

$$E = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r} \qquad (1)$$

(*задачи 15*, *20*). В случае однородного электростатического поля (*задачи 11*, *12*, *16*, *18*) связь между разностью потенциалов $\Delta\varphi$ и напряженностью E определяется как

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{\Delta\varphi}{d}, \qquad (2)$$

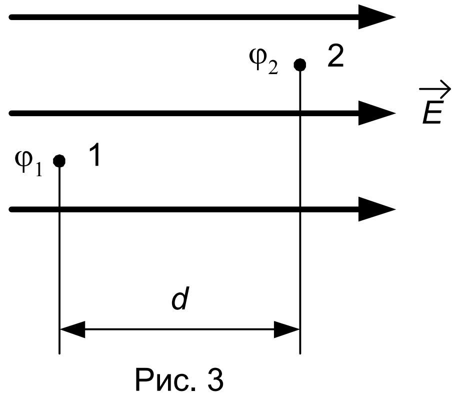

Рис. 3

где d – расстояние между точками 1 и 2, измеренное вдоль линии напряженности (рис. 3).

Пример 1. Бесконечно длинная прямая нить несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью τ = 0,1 мкКл/м. Определить работу A_{12} сил поля по перемещению заряда Q = 50 нКл из точки 1 в точку 2 (рис. 4).

τ = 0,1 мкКл/м = 10^{-7} Кл/м
Q = 50 нКл = $5 \cdot 10^{-8}$ Кл

A_{12} – ?

Решение

Силы электростатического поля совершают работу по перемещению заряда Q из точки 1 в точку 2 за счет убыли потенциальной энергии поля, то есть

$$\delta A = -\mathrm{d}W_p.$$

Так как поле заряженной нити является неоднородным, то работа поля определяется по формуле

$$A_{12} = -\int_1^2 Q\mathrm{d}\varphi.$$

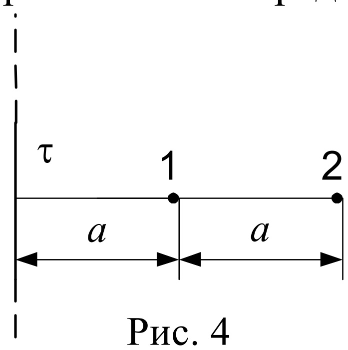

Рис. 4

Воспользуемся связью потенциала с вектором напряженности $\vec{E}$ электростатического поля

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi,$$

которая затем может быть представлена в виде (1) вследствие осевой симметрии поля нити. Отсюда

$$\mathrm{d}\varphi = -E\mathrm{d}r,$$

где E – напряженность электростатического поля, определяемая выражением

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

здесь r – расстояние от заряженной нити до точки, в которой определяется напряженность поля.

Работу кулоновских сил с учетом вышесказанного (ε = 1 для вакуума) запишем в виде

$$A_{12} = \int_1^2 QE\,\mathrm{d}r = \int_a^{2a} \frac{Q\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r = \frac{Q\tau}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln 2a - \ln a\right) = \frac{Q\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2.$$

Численные расчеты дают следующий результат:

$$A_{12} = \frac{5\cdot 10^{-8}\cdot 10^{-7}}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot 0{,}693 = 62{,}36\cdot 10^{-6}(\text{Дж}).$$

В *задачах 13*, *17* между зарядами Q_1 и Q_2, находящимися на расстоянии r друг от друга, действует переменная сила, определяемая законом Кулона

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Работа кулоновской силы $\vec{F}$

$$A = \int \delta A,$$

где $\delta A = \left(\vec{F}\mathrm{d}\vec{r}\right)$ – элементарная работа, совершаемая силой $\vec{F}$ на перемещении $\mathrm{d}\vec{r}$, в пределах которого силу можно считать величиной постоянной,

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F\mathrm{d}r = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r.$$

При решении *задачи 14* достаточно знать определение *потока вектора напряженности* электростатического поля, который численно равен количеству силовых линий, пронизывающих перпендикулярную площадку S, и для однородного электрического поля $(\vec{E} = \mathrm{const})$ определяется по формуле

$$\Phi_E = \left(\vec{E}\,\vec{S}\right) = E_n S,$$

где E_n – проекция вектора напряженности $\vec{E}$ на направление вектора нормали $\vec{n}$ к площадке S.

Задачу 18 легко решить, если рассмотреть приведенный ниже пример.

Пример 2. Электрон влетел параллельно пластинам плоского конденсатора со скоростью $\upsilon = 10^7$ м/с, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины. Расстояние d между пластинами равно 2 см, а длина ℓ каждой пластины 10 см. Какую наименьшую разность потенциалов $\Delta\varphi$ нужно приложить к пластинам, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

$\upsilon = 10^7$ м/с
$d = 2$ см $= 2 \cdot 10^{-2}$ м
$\ell = 10$ см $= 0{,}1$ м
$Q = |e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$\Delta\varphi - ?$

Решение

Заряженная частица, влетающая со скоростью $\vec{\upsilon}$ в однородное электростатическое поле плоского конденсатора перпендикулярно силовым линиям, участвует в двух движениях: с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}$ параллельно пластинам конденсатора и с ускорением $\vec{a}$ перпендикулярно пластинам под действием кулоновской силы $\vec{F}_{\text{К}}$ $\left(mg << F_{\text{К}}\right)$.

Согласно условию задачи расстояние ℓ, пройденное электроном в направлении оси X (рис. 5), определяется длиной пластины $\ell = \upsilon t$, а расстояние, пройденное электроном в перпендикулярном направлении, связано с ускорением a соотношением

$$\frac{d}{2} = \frac{at^2}{2},$$

где $t = \dfrac{\ell}{\upsilon}$ – время движения электрона в поле конденсатора.

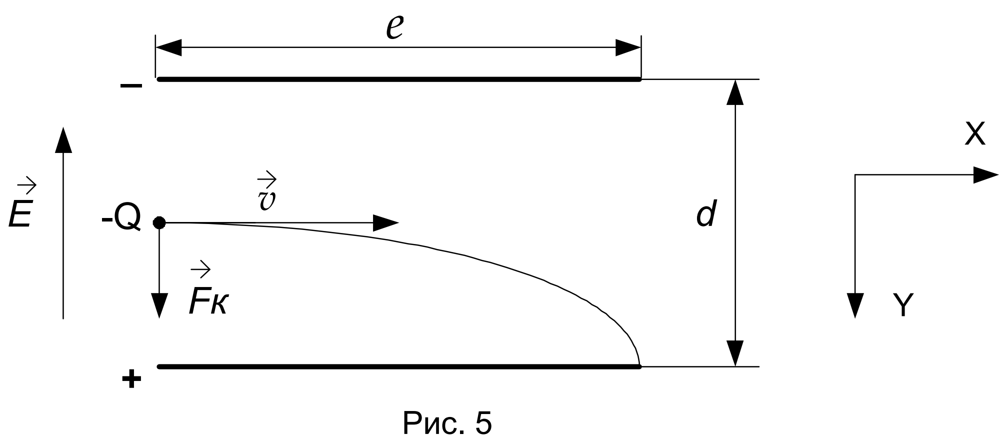

Рис. 5

Ускорение a определим по второму закону Ньютона, записанному в проекции на ось Y

$$ma = F_{\text{К}}, \qquad \text{или} \qquad ma = eE.$$

Отсюда находим ускорение

$$a = \frac{eE}{m}.$$

Учитывая, что напряженность E однородного электростатического поля связана с разностью потенциалов $\Delta\varphi$ соотношением

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d},$$

ускорение a запишем в виде

$$a = \frac{e\Delta\varphi}{md}.$$

Воспользуемся этой формулой для определения расстояния, которое проходит электрон в направлении оси Y:

$$\frac{d}{2} = \frac{e\Delta\varphi}{md}\frac{t^2}{2} = \frac{e\Delta\varphi}{md}\frac{\ell^2}{2\upsilon^2}.$$

Отсюда найдем наименьшую разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами конденсатора, при которой электрон не вылетит из него:

$$\Delta\varphi \geq \frac{md^2\upsilon^2}{e\ell^2}.$$

Проверим размерность

$$[\Delta\varphi] = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^2}\right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right] = [\text{В}].$$

Вычислим разность потенциалов между пластинами конденсатора

$$\Delta\varphi \geq \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 4\cdot 10^{-4}\cdot 10^{14}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10^{-2}} = 22{,}75\,(\text{В}).$$

Задачи 21–30 на тему **«Электроемкость. Соединение конденсаторов. Энергия заряженных проводников и электростатического поля».**

При решении задач на определение параметров конденсатора или батареи конденсаторов необходимо учесть следующее.

1. Тип конденсатора определяется формой его обкладок. Так, в условиях *задач 21*, *26*, *28–30* конденсатор плоский и его электроемкость

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; ε – диэлектрическая проницаемость вещества диэлектрика между обкладками конденсатора [1] табл. 11; S – площадь одной пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

2. Электростатическое поле между обкладками плоского конденсатора однородно, его напряженность E связана с разностью потенциалов $\Delta\varphi$ соотношением (2). Кроме того, напряженность электростатического поля, созданного плоским заряженным конденсатором, зависит от поверхностной плотности σ заряда на пластинах

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}.$$

3. *Электроемкость C батареи последовательно соединенных конденсаторов* (*задачи 22–24*) определяется по формуле

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i},$$

где C_i – электроемкость i-го конденсатора; n – число конденсаторов в батарее. При таком соединении заряд Q батареи равен заряду Q_i каждого конденсатора

$$Q = Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_n,$$

а разность потенциалов (напряжение) на концах батареи

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i,$$

где U_i – напряжение на каждом конденсаторе.

4. *Электроемкость батареи параллельно соединенных конденсаторов* (*задачи 22*, *25*)

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i.$$

При таком соединении заряд батареи

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

а разность потенциалов (напряжение) между обкладками конденсаторов равно напряжению батареи U:

$$U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U.$$

5. Вариация последовательного и параллельного соединения – смешанное соединение (*задача 22*).

Заряженный уединенный проводник (*задача 27*) и система близко расположенных разноименно заряженных проводников (*задачи 26*, *29*, *30*) обладают энергией.

Энергия заряженного проводника

$$W_e = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q\varphi}{2},$$

где C – электроемкость уединенного заряженного проводника; φ – его потенциал; Q – заряд проводника.

Энергия заряженного конденсатора

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2},$$

где C – электроемкость конденсатора; U – разность потенциалов между его обкладками; Q – заряд на обкладках конденсатора.

Электростатическое поле обладает энергией, которая распределена в пространстве с объемной плотностью w_e:

$$w_e = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}V},$$

где dW_e – энергия малого элемента dV объема поля, в пределах которого величину w_e можно считать одинаковой.

Объемная плотность энергии однородного электростатического поля

$$w_e = \frac{W_e}{V}.$$

Но, независимо от того, является поле однородным или неоднородным, его объемную плотность можно определить через напряженность E по формуле

$$w_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}.$$

***Примечания 2*:**

1. В условии *задачи 23* электроемкость конденсаторов 18 и 10 пФ (пикофарад).

2. Перед решением *задачи 25* разберите **пример 5** [1] с. 70. Обратите внимание на то, что после зарядки конденсаторов до указанных напряжений их отключили от источника, а затем соединили в батарею. Так как соединение конденсаторов параллельное, то напряжение на обкладках обоих конденсаторов одинаково. Заряд между обкладками конденсаторов перераспределяется, при этом выполняется закон сохранения электрического заряда:

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \text{const}.$$

3. В *задачах 26*, *27*, *29* диэлектрическую проницаемость принять равной $\varepsilon = 1$.

4. При полном разряде конденсатора (*задача 28*) энергия, выделившаяся при его разряде, равна энергии заряженного конденсатора до разряда.

5. Перед решением *задачи 30* разберите **пример 6** [1] с. 71, при этом дополнительно учтите, что давление p численно равно силе F нормального давления, действующей на единицу площади S поверхности:

$$p = \frac{F}{S}, \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}\right] = [\text{Па}].$$

Задачи 31–40 на тему **«Закон Ома. Работа и мощность тока».**

При решении задач данной темы необходимо:

1) начертить электрическую схему с указанием всех элементов цепи (источник тока, сопротивления, измерительные приборы);

2) определить, как включены элементы цепи – последовательно или параллельно;

3) использовать закон Ома для участка цепи, для замкнутой цепи и другие дополнительные соотношения.

Характеристиками электрического тока являются сила тока и плотность тока.

Сила тока I – это физическая величина, численно равная заряду, который протекает через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}, \ \left[\frac{\text{Кл}}{\text{с}}\right] = [\text{А}].$$

Зная закон изменения силы тока, можно определить заряд Q:

$$Q = \int \mathrm{d}Q = \int I \mathrm{d}t.$$

В *задаче 33* сила тока изменяется по закону $I = I_0 + kt$, где $I_0 = 0$, а k – скорость изменения тока.

Вектор плотности тока $\vec{j}$ – это физическая величина, совпадающая с направлением тока в рассматриваемой точке, и численно равная силе тока, протекающего через единичную перпендикулярно расположенную площадку $\mathrm{d}S_\perp$:

$$\vec{j} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_\perp}\vec{n}, \left[\frac{\text{А}}{\text{м}^2}\right],$$

где $\vec{n}$ – вектор нормали к площадке.

Для постоянного тока $j = \dfrac{I}{S}$ (*задачи 31*, *32*, *35*).

В *задачах 31*, *32*, *34*, *35* используется *закон Ома для однородного участка цепи*: сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению U и обратно пропорциональна сопротивлению R проводника

$$I = \frac{U}{R}.$$

Сопротивление проводника цилиндрической формы зависит от рода вещества (ρ – удельное сопротивление), длины ℓ проводника, площади S его поперечного сечения и определяется соотношением

$$R = \rho \frac{\ell}{S}. \qquad (3)$$

Кроме того, сопротивление зависит от температуры (*задачи 34*, *35*):

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha\, t),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление материала проводника при $t = 0$ °С; α – температурный коэффициент сопротивления (приводится в табл. 10 [1]); t – температура проводника.

При решении *задач 36*, *38* необходимо четко разделять понятия полезная мощность, полная мощность и КПД источника тока. *Полезная мощность* выделяется во внешней цепи и определяется по формуле

$$P_{\text{внеш}} = IU = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2},$$

где ε – ЭДС источника тока; R – внешнее сопротивление (сопротивление нагрузки); r – внутреннее сопротивление источника.

Полная мощность – это мощность источника тока

$$P_{\text{пол}} = I\varepsilon.$$

КПД источника тока (η) определяется отношением полезной мощности к мощности источника тока

$$\eta = \frac{P_{\text{внеш}}}{P_{\text{пол}}} = \frac{IU}{I\varepsilon} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}. \qquad (4)$$

Решая *задачи 36–40*, необходимо применять *закон Ома для замкнутой цепи*

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}. \qquad (5)$$

Если внешнее сопротивление $R = 0$, то сила тока в цепи достигает максимального значения. Такой ток называется *током короткого замыкания* $I_{кз}$ (*задача 37*):

$$I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

При решении *задачи 40* нужно иметь в виду, что при последовательном соединении одинаковых источников тока ε_0 общая ЭДС ε определяется соотношением

$$\varepsilon = n\varepsilon_0,$$

а при параллельном их соединении результирующая ЭДС равна ЭДС одного источника $\varepsilon = \varepsilon_0$. При этом внутреннее сопротивление в случае последовательного соединения $r = nr_0$, а в случае параллельного $r = \frac{r_0}{n}$, где r_0 – внутреннее сопротивление одного источника; n – количество включенных источников.

Тогда закон Ома для замкнутой цепи при последовательном соединении одинаковых источников запишется в виде

$$I = \frac{n\varepsilon_0}{R + nr_0},$$

при параллельном соединении запишется в виде

$$I = \frac{\varepsilon_0}{R + \frac{r_0}{n}}.$$

Для определения внутреннего сопротивления r источника в *задаче 39* следует использовать закон Ома для замкнутой цепи (5) и *закон Джоуля–Ленца*

$$Q = I^2 Rt.$$

Пример 3. Элемент с ЭДС 1,6 В имеет внутреннее сопротивление 0,5 Ом. Найти КПД элемента, если сила тока в цепи составляет 2,4 А.

Дано
$\varepsilon = 1{,}6$ В
$r = 0{,}5$ Ом
$I = 2{,}4$ А
η – ?

Решение

КПД источника тока определим по формуле (4). В соответствии с законом Ома для однородного участка цепи напряжение U на внешнем сопротивлении связано с силой тока I и его сопротивлением

$$U = IR.$$

Используя закон Ома (5) для замкнутой цепи, получим

$$U = \varepsilon - Ir,$$

где Ir – напряжение на внутреннем сопротивлении. Тогда

$$\eta = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = 1 - \frac{Ir}{\varepsilon} = 1 - \frac{2{,}4 \cdot 0{,}5}{1{,}6} = 0{,}25.$$

Задачи 41–50 на тему **«Магнитное поле постоянного тока»**.

Основной характеристикой магнитного поля служит *вектор магнитной индукции* $\vec{B}$. Его модуль и направление зависят от конфигурации проводников, силы тока в них и расстояния от проводника до точки, в которой определяется величина вектора магнитной индукции. Задачи на расчет магнитной индукции $\vec{B}$ при заданном распределении токов, создающих магнитное поле, решают, используя *закон Био – Савара – Лапласа* и *принцип суперпозиции магнитных полей.* Выражения для индукции простейших полей, таких как поле прямого тока (бесконечно длинного и конечной длины), поле на оси витка – приведены в [1] с. 64.

Решая задачи по определению величины индукции и напряженности полей, созданных проводниками различной формы, по которым течет постоянный ток, необходимо:

1) сделать рисунок;

2) разбить проводник на отдельные участки, магнитное поле которых рассчитывается по стандартным формулам;

3) указать на рисунке направления векторов индукции $\vec{B}_i$ магнитного поля, создаваемого в данной точке каждым проводником или участком проводника;

4) из принципа суперпозиции магнитных полей следует, что результирующий вектор $\vec{B}$ магнитной индукции для поля, созданного несколькими проводниками с током в данной точке, определяется векторной суммой векторов $\vec{B}_i$ индукций магнитных полей, создаваемых в этой точке каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i, \tag{6}$$

где n – число проводников с током;

5) модуль вектора магнитной индукции B рассчитывается, исходя из геометрии рисунка;

6) направление вектора магнитной индукции $\vec{B}_i$ поля проводника с током определяется *правилом «буравчика»*;

7) вектор напряженности $\vec{H}$ магнитного поля связан с вектором $\vec{B}$ для диа- и парамагнитных сред соотношением

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \tag{7}$$

где μ – относительная магнитная проницаемость вещества (для вакуума или воздуха $\mu = 1$), $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

***Примечания 3*:**

1. Перед решением задач на заданную тему разберите **пример 10** [1] с. 75.

2. При решении *задач 48–50* помните, что магнитное поле в центре квадратной рамки с током создается всеми сторонами этой рамки, которые представляют собой прямолинейные проводники конечной длины, а индукция результирующего магнитного поля определяется выражением (6).

Задачи 51–60 на тему **«Закон Ампера. Движение заряженных частиц в магнитном поле»**.

Закон Ампера определяет силу $\mathrm{d}\vec{F}$, действующую на элемент $\mathrm{d}\ell$ длины проводника с током I, помещенного в магнитное поле индукцией $\vec{B}$

$$\mathrm{d}\vec{F} = [I\,\mathrm{d}\vec{\ell}\vec{B}].$$

Направление вектора силы $\mathrm{d}\vec{F}$ определяется, исходя из векторного произведения.

Модуль силы Ампера определяется как

$$\mathrm{d}F = IB\mathrm{d}\ell \sin\alpha,$$

где α – угол между направлением тока в проводнике и вектором $\vec{B}$.

В однородном магнитном поле на длинный прямолинейный проводник с током I действует сила Ампера F_A, величина которой определяется по формуле

$$F_A = IB\ell \sin\alpha, \tag{8}$$

где ℓ – длина проводника.

Используйте соотношение (8), решая *задачи 51*, *52*, *54*, *59*, *60*. Направление вектора силы $\vec{F}_A$ определите по *правилу левой руки*, если угол α между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ равен 90° (не забудьте, что за направление тока в проводнике принимается направление движения положительных зарядов).

При решении *задач 53*, *55–58* используйте *второй закон Ньютона и силу Лоренца*, которая действует на заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле,

$$\vec{F}_{\text{Л}} = Q[\vec{\upsilon}\vec{B}],$$

где Q – заряд частицы; $\vec{\upsilon}$ – вектор скорости ее движения; $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции.

Направление вектора силы Лоренца $\vec{F}_{\text{Л}}$ определяется правилом векторного произведения, частным случаем которого является ***правило левой руки***: *если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор* $\vec{B}$, *а четыре вытянутых пальца расположить в направлении движения положительного заряда, то отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы, действующей на этот заряд*. В случае движения отрицательного заряда направление силы Лоренца будет противоположным силе, действующей на положительный заряд.

Модуль вектора силы Лоренца равен

$$F_{\text{Л}} = Q\upsilon B \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

При решении задач данной темы помните, что сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и не может изменить величину скорости движущейся заряженной частицы. Сила Лоренца сообщает частице только нормальное ускорение

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

где R – радиус траектории движения частицы.

Если частица влетает в магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции $\vec{B}$, то угол α равен 90°, а $\sin\alpha = 1$. Тогда модуль силы Лоренца

$$F_{\text{Л}} = Q\upsilon B.$$

Пример 4. Перпендикулярно однородному горизонтальному магнитному полю с индукцией 0,1 Тл расположен горизонтальный проводник длиной 25 см и массой 10 г. Какой ток должен идти по проводнику, чтобы он двигался вертикально вниз с ускорением, равным 0,2 ускорения свободного падения?

$B = 0{,}1$ Тл
$\ell = 0{,}25$ м
$m = 0{,}01$ кг
$a = 0{,}2\,g$
I – ?

Решение

На проводник с током, находящийся в магнитном поле, действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила Ампера $\vec{F}_A$, направление которой зависит от направления вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и направления тока I в проводнике (рис. 6). Пусть вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа «от нас». По условию задачи ускорение a, с которым движется проводник, меньше ускорения свободного падения g, следовательно, сила Ампера направлена вверх.

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме

$$m\vec{g} + \vec{F}_A = m\vec{a}$$

и в проекции на ось Y

$$mg - F_A = ma.$$

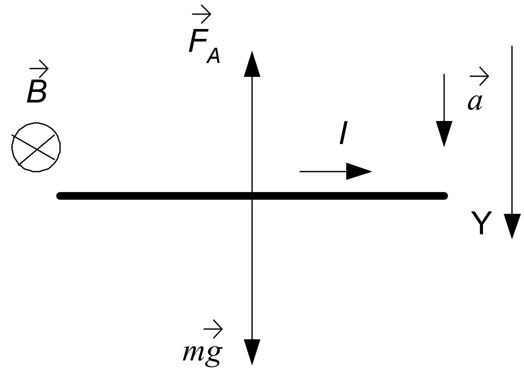

Рис. 6

Так как направление вектора $\vec{B}$ и направление силы тока I в проводнике взаимно перпендикулярны, то $\sin\alpha = 1$ и модуль силы Ампера (9) равен

$$F_A = IB\ell.$$

С учетом условия задачи

$$mg - IB\ell = 0{,}2mg.$$

Отсюда $I = \dfrac{mg - 0{,}2mg}{B\ell} = \dfrac{0{,}8mg}{B\ell} = \dfrac{0{,}8 \cdot 0{,}01 \cdot 9{,}8}{0{,}1 \cdot 0{,}25} = 3{,}12\,(\text{А}).$

Пример 5. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам в одном направлении текут одинаковые токи. Найти токи, текущие по каждому из проводников, если известно, что для увеличения расстояния между проводниками в 2 раза была совершена работа (на единицу длины проводников) $A_\ell = 55$ мкДж/м.

$I_1 = I_2 = I$
$d_1 = d$
$d_2 = 2d$
$A_\ell = 55 \cdot 10^{-6}$ Дж/м
$I - ?$

Решение

Каждый проводник с током создает вокруг себя магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Поэтому можно считать, что проводник с током I_1 находится в магнитном поле проводника с током I_2, вектор $\vec{B}_2$ магнитной индукции которого направлен «к нам». Проводник с током I_2 находится в магнитном поле проводника с током I_1, вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$ которого направлен «от нас». На каждый проводник с током со стороны другого проводника действует сила Ампера (рис. 7).

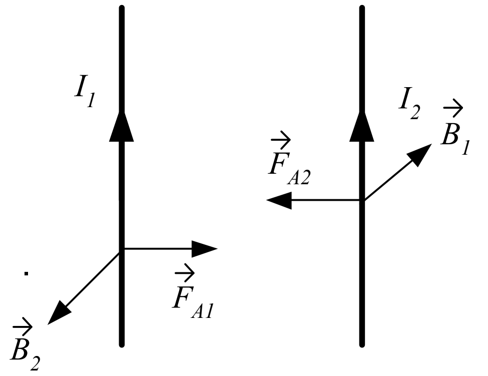

Рис. 7

Из рисунка видно, что работу по увеличению расстояния между проводниками могут совершить только внешние силы, действующие против сил Ампера. Так как внешняя сила совершает работу против сил Ампера, то модули этих сил равны:

$$F = F_A.$$

Модуль силы Ампера определяется выражением (8), в котором угол $\alpha = 90°$, следовательно,

$$F_A = IB\ell.$$

Элементарная работа δA, совершаемая внешней силой при перемещении одного из проводников в магнитном поле другого на бесконечно малое расстояние $\mathrm{d}r$, равна

$$\delta A = F\mathrm{d}r.$$

Предположим, что проводник с током I_2 перемещается в магнитном поле с индукцией B_1. Модуль вектора $\vec{B}_1$ магнитной индукции вблизи бесконечно длинного прямолинейного проводника с током I_1 равен

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r},$$

где r – расстояние от проводника до точки, в которой определяется величина B_1

Тогда

$$\delta A = I_2 B_1 \ell \mathrm{d}r = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \ell \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi r} \mathrm{d}r,$$

где ℓ – длина проводника, перемещаемого в магнитном поле. Тогда работа A при изменении расстояния между проводниками от d_1 до d_2

$$A = \int \delta A = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi} \int\limits_{d_1}^{d_2} \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1} = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi} \ln \frac{2d}{d} = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi} \ln 2.$$

Работа, приходящаяся на единицу длины проводника,

$$A_\ell = \frac{A}{\ell} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2.$$

Отсюда $I = \sqrt{\dfrac{2\pi A_\ell}{\mu_0 \ln 2}} = \sqrt{\dfrac{2\pi \cdot 55 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}693}} = 20\,(\mathrm{A})$.

***Примечания 4*:**

1. В *задачах 51*, *54* проводники с током расположены горизонтально. Перед решением этих задач разберите **пример 4** настоящих методических указаний.
2. Перед решением *задач 53*, *55–58* разберите **пример 11** [1] с. 76.
3. Перед решением *задачи 59* разберите **пример 5** настоящих методических указаний.

Задачи 61–70 на тему **«Электромагнитная индукция. Самоиндукция»**.

Электродвижущая сила ε_i *индукции*, возникающая в замкнутом проводящем контуре, пропорциональна скорости изменения магнитного потока Φ сквозь поверхность, ограниченную этим контуром,

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

Знак «минус» в правой части соответствует ***правилу Ленца***: *при изменении магнитного потока сквозь поверхность*, *ограниченную замкнутым проводящим контуром*, *в нем возникает индукционный ток* I_i *такого направления*, *при котором его магнит-*

ное поле противодействует изменению магнитного поля, порождающего этот индукционный ток.

Магнитный поток $d\Phi$ (поток вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля) через элементарную площадку $d\vec{S}$ (рис. 8) равен скалярному произведению

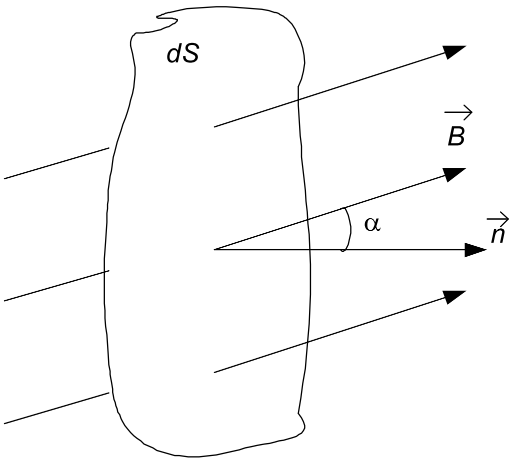

Рис. 8

$$d\Phi = \left(\vec{B}d\vec{S}\right) = BdS\cos\alpha,$$

где $d\vec{S} = dS\,\vec{n}$ ($\vec{n}$ – нормаль к площадке dS); $\alpha = \left(\vec{n}\,\hat{}\,\vec{B}\right)$ – угол между $\vec{n}$ и $\vec{B}$.

ЭДС индукции, наводимая в контуре, содержащем N витков, определяется соотношением

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}.$$

Магнитный поток может изменяться при движении контура или отдельных его участков (*задачи 61*, *62*). Если проводник в магнитном поле движется поступательно (*задача 63*) или вращается (*задача 64*), то на его концах появляется разность потенциалов $\Delta\varphi$, численно равная ЭДС, индуцируемой в проводнике.

ЭДС электромагнитной индукции, возникающая в электрической цепи вследствие изменения в ней электрического тока, называется *электродвижущей силой самоиндукции* (*задачи 66–71*)

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура, которая зависит от его формы и размеров и остается постоянной при отсутствии деформации контура, находящегося в неферромагнитной среде. Если контур представляет собой соленоид, то его индуктивность

$$L = \mu\mu_0\frac{N^2}{l}S = \mu\mu_0 n^2 lS, \qquad (9)$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, $n = \dfrac{N}{\ell}$, $\left[\text{м}^{-1}\right]$; N – число витков соленоида; ℓ – его длина; S – площадь поперечного сечения соленоида.

Пример 6. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл расположена прямоугольная рамка, подвижная сторона которой длиной $l = 0{,}2$ м перемещается со скоростью $\upsilon = 20$ м/с перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Определить ЭДС индукции, возникающую в контуре.

$B = 0{,}1$ Тл
$\ell = 0{,}2$ м
$\upsilon = 20$ м/с

ε_i – ?

Решение

Изменение dΦ магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром, происходит за счет изменения dS площади при движении одной стороны рамки

$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S.$$

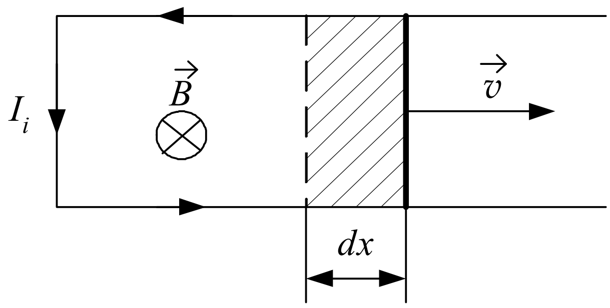

Рис. 9

Наводимая в контуре ЭДС индукции определяется скоростью изменения магнитного потока через поверхность, натянутую на контур,

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{B\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = -\frac{B\ell\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -B\ell\upsilon,$$

где $\mathrm{d}S = \ell\mathrm{d}x$ – изменение площади поверхности при движении стороны рамки со скоростью $\upsilon = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$.

Произведем расчеты

$$\varepsilon_i = -0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 20 = -0{,}4\,(\text{В}).$$

Знак «минус» показывает, что индукционный ток имеет такое направление, что своим магнитным полем препятствует увеличению магнитного потока, то есть индукционный ток I_i в контуре направлен против часовой стрелки (см. рис. 9).

Пример 7. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл вращается с угловой скоростью $\omega = 10\ \text{с}^{-1}$ однородный стержень длиной $l = 20$ см. Ось вращения проходит через центр масс перпендикулярно стержню и параллельна линиям индукции. Определить разность потенциалов между точками стержня, одна из которых лежит на его середине, другая – на одном из концов.

$B = 0{,}01$ Тл
$\ell = 0{,}2$ м
$\omega = 10\ \text{с}^{-1}$

$\Delta\varphi$ – ?

Решение

Перераспределение зарядов в стержне при его вращении вокруг неподвижной оси происходит под действием силы Лоренца. При этом в точках А и С (рис. 10) возникает избыток электронов, а в точке О – их недостаток. Перемещение электронов к концам стержня происходит до тех пор, пока сила Лоренца и кулоновская сила не станут численно равны:

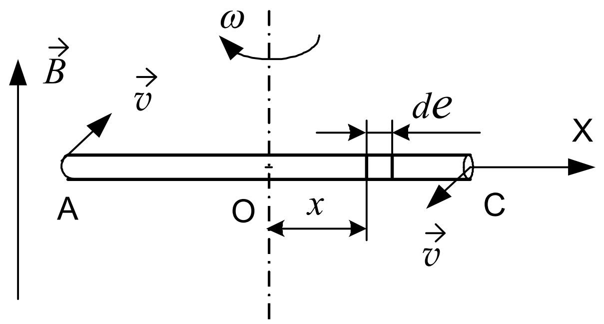

Рис. 10

$$eE = e\upsilon B,$$

где e – заряд электрона; E – напряженность электрического поля; B – индукция магнитного поля; υ – скорость электрона, находящегося на расстоянии x от центра стержня.

Используя связь напряженности E с разностью потенциалов $d\varphi$ на элементарном участке $d\ell$ длины стержня (1) $d\varphi = -E d\ell$, получим $d\varphi = -\upsilon B d\ell$.

Учтем, что $\upsilon = \omega x$, а $d\ell = dx$, тогда последнее уравнение примет вид

$$d\varphi = -\omega\, xB dx.$$

Интегрируем в указанных пределах от 0 до $\ell/2$

$$\int_{\varphi_O}^{\varphi_C} d\varphi = -\int_0^{\ell/2} \omega B x dx = -\omega B \left(\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\ell/2} = -\frac{\omega B \ell^2}{8},$$

$$\varphi_O - \varphi_C = \frac{\omega B\ell^2}{8}.$$

Вычислим разность потенциалов между указанными точками стержня

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_C = \frac{10 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}04}{8} = 5 \cdot 10^{-4} (\text{В}).$$

Примечания 5:

1. При решении *задачи 62* дополнительно учтите, что $\varepsilon_i = I_i R$.

2. Помните, что индукция $\vec{B}$ магнитного поля и его напряженность $\vec{H}$ (*задача 64*) связаны соотношением (7). Перед решением указанной задачи разберите **пример 7** настоящих методических указаний.

3. В условии *задачи 65* считать, что ось катушки, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ и ось вращения катушки взаимно перпендикулярны.

4. Перед решением *задач 66*, *67*, *69* разберите **пример 13** [1] с. 78.

5. Учтите, что:

а) в *задачах 66* и *67* рассчитывается ЭДС индукции в момент времени, определяемый из условия

$$\frac{1}{2} I_0 = I_0 \exp\left(-\frac{Rt}{L}\right);$$

б) сопротивление проводника зависит от его геометрических размеров и рода материала (3), где ρ – удельное сопротивление меди [1] табл. 10;

в) обмотка соленоида содержит два слоя, поэтому при расчете индуктивности L катушки плотность витков рассчитайте по формуле $n = 2/d_{\text{пр}}$.

1. Определяя заряд Q_i, прошедший через соленоид после отключения в нем электрического тока (*задача 70*), дополнительно учтите, что

$$I_i = \frac{Q_i}{\Delta t}.$$

Задачи 71–80 на тему **«Энергия магнитного поля. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле»**.

Если по контуру течет ток, то вокруг него создается магнитное поле, которое является носителем энергии. Энергия W_m магнитного поля (*задачи 72*, *73*, *79*) определяется по формуле

$$W_m = \frac{LI^2}{2},$$

где I – сила тока в контуре; L – индуктивность контура.

Для определения *индуктивности соленоида* воспользуйтесь выражением (9). Учитывая, что индукция B магнитного поля в соленоиде, не содержащем ферромагнитного сердечника, равна

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 I \frac{N}{\ell} = \mu\mu_0 In$$

можно получить другое выражение для энергии магнитного поля:

$$W_m = \frac{BH}{2} V.$$

Объемная плотность w_m энергии магнитного поля, то есть энергия, содержащаяся в единице объема (*задачи 71–73*, *78*), определяется соотношением

$$w_m = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

***Примечания 6*:**

1. Число витков n, приходящихся на единицу длины (*задачи 71*, *72*), определяется по формуле

$$n = \frac{N}{\ell} = \frac{N}{Nd} = \frac{1}{d},$$

где d – диаметр провода.

2. Напряженность H магнитного поля соленоида (*задачи 71–73*, *79*) записывается в виде

$$H = In = I\frac{N}{\ell}.$$

3. Между вектором индукции $\vec{B}$ магнитного поля и напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля существует связь, определяемая соотношением (7).

4. Если соленоид имеет железный сердечник (*задачи 73*, *79*), то для нахождения магнитной индукции B необходимо сначала найти напряженность H магнитного поля, а затем, пользуясь графиком зависимости $B = f(H)$, изображенном на рис. 4 [1] с. 77, определить величину вектора магнитной индукции B.

5. При решении *задачи 78* индукцию B магнитного поля определяют, пользуясь законом Ампера (8).

В следующей группе *задач* (*74–77*) определяется работа по перемещению проводника с током (*задачи 76*, *77*) и контура с током (*задачи 74*, *75*) в магнитном поле и магнитный поток Φ, пронизывающий замкнутый контур (*задачи 76*, *79*). Элементарная работа δA по перемещению проводника с током в магнитном поле определяется произведением силы тока I в проводнике на изменение магнитного потока $\mathrm{d}\Phi$, пронизывающего площадь, пересекаемую при движении проводника:

$$\delta A = I\mathrm{d}\Phi.$$

Следовательно, полная работа $A = \int I\mathrm{d}\Phi.$ (10)

Магнитный поток Φ определяется по формуле

$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

где S – площадь контура; α – угол между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности контура.

Если катушка имеет N витков, то речь идет о потокосцеплении Ψ (*задачи 74*, *75*, *79*)

$$\Psi = N\Phi = NBS\cos\alpha.$$

В *задачах 74*, *75* работа определяется по формуле

$$A = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} NBS \sin\alpha \, d\alpha.$$

***Примечания 7*:**

1. Индукция *B* магнитного поля и его напряженность связаны соотношением (7).

2. В *задачах 74*, *75* значение относительной магнитной проницаемости среды $\mu = 1$.

3. Для нахождения магнитного потока *Ф* (*задача 76*) воспользуйтесь теоремой об изменении кинетической энергии, согласно которой изменение кинетической энергии проводника равно работе силы Ампера, действующей на проводник с током в магнитном поле:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = IB\ell\Delta x,$$

где Δx – расстояние, на которое смещается проводник.

4. Если проводник с током вращается с постоянной угловой скоростью в магнитном поле (*задача 77*), то работа *A* определяется соотношением (10)

$$A = \int I \mathrm{d}\Phi = \int_S IB \mathrm{d}S,$$

где d*S* – элементарная площадка, которую пересекает проводник с током *I* за время d*t*:

$$\mathrm{d}S = \frac{\pi r^2}{2\pi} \mathrm{d}\varphi = \frac{r^2}{2} \omega \, \mathrm{d}t.$$

5. При решении *задачи 80* количество теплоты *Q*, выделяющееся в проводнике сопротивлением *R* при прохождении по нему тока *I*, определяется по закону Джоуля–Ленца: $Q = I^2 Rt$.

Список рекомендуемой литературы

1. Физика. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов-заочников технологических специальностей вузов / под ред. В. Л. Прокофьева. – М. : Высш. шк., 1998. –143 с.

2. Трофимова, Т. И. Курс физики. – М. : Академия, 2007. – 560 с.

3. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Академия, 2007. – 720 с.

Составители

Нина Николаевна Демидова
Таисия Васильевна Лавряшина
Татьяна Александровна Балашова

ФИЗИКА

Методические указания по выполнению контрольной работы № 2
для студентов заочной формы обучения
по курсу общей физики для всех специальностей

Рецензент В. В. Дырдин

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 17.02.2010. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе. Уч.-изд. л. 1,7.
Тираж 510 экз. Заказ .
ГУ КузГТУ. 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28.
Типография ГУ КузГТУ. 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А.